



ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ РФ  
Рубцовский индустриальный институт  
ГОУ ВПО «Алтайский государственный технический  
университет им. И.И. Ползунова»

**П.А. Люкшин**  
**А.С. Демидов**  
**А.Н. Площаднов**

## **ТЕРМОДИНАМИКА И ТЕПЛОПЕРЕДАЧА**

Учебное пособие для студентов всех форм обучения специальностей  
190201.65 «Автомобиле- и тракторостроение»,  
190206.65 «Сельскохозяйственные машины и оборудование»  
190601.65 «Автомобили и автомобильное хозяйство»

*Допущено УМО вузов РФ по образованию в области транспортных машин  
и транспортно-технологических комплексов в качестве учебного пособия для  
студентов, обучающихся по специальности «Автомобиле-тракторостроение»*

УДК 621.1.016

Люкшин П.А., Демидов А.С., Площаднов А.Н. Термодинамика и теплопередача: Учебное пособие для студентов всех форм обучения специальностей 190201.65 «Автомобиле - и тракторостроение», 190206.65 «Сельскохозяйственные машины и оборудование», 190601.65 «Автомобили и автомобильное хозяйство»/ Рубцовский индустриальный институт. - Рубцовск, 2009. - 182 с.

Пособие содержит основные теоретические вопросы, рассматриваемые в рамках учебных программ по базовому курсу «Теплотехника», содержит примеры расчётов циклов ДВС, теоретические вопросы, связанные с тепловым расчётом тормозных систем, рассматриваемые в рамках курсов «Тепловые двигатели», «Автомобильные двигатели», «Конструирование и расчёт трактора», «Конструирование и расчёт колёсных и гусеничных тягово-транспортных машин», примеры решения задач и необходимые справочные данные. Предназначено в качестве рабочего материала при изучении студентами специальностей 190201.65, 190206.65, 190601.65 всех форм обучения дисциплин «Тепловые двигатели», «Автомобильные двигатели», «Конструирование и расчёт трактора», «Конструирование и расчёт колёсных и гусеничных тягово-транспортных машин».

Рецензенты:

проф., д.т.н.,  
зав. кафедрой «Колёсные и гусеничные машины»  
Санкт-Петербургского государственного политехнического  
университета «СпбГПУ»

В.Б. Шеломов

доцент., к.т.н.,  
зам. директора по УР Рубцовского индустриального  
института ГОУ ВПО «Алтайский государственный  
технический университет им. И.И. Ползунова»

А.К. Фокеев

# СОДЕРЖАНИЕ

стр.

|                    |    |
|--------------------|----|
| Введение . . . . . | .6 |
|--------------------|----|

## Часть 1

### ТЕРМОДИНАМИКА (ТЕХНИЧЕСКАЯ)

|  |     |
|--|-----|
| 1.1. Общие положения . . . . .   | .7  |
| 1.2. Параметры состояния рабочего вещества . . . . .                                       | .7  |
| 1.3. Общие свойства параметров состояния . . . . .   | .8  |
| 1.4. Уравнение состояния . . . . .   | .9  |
| 1.5. Общая классификация процессов идеальных газов . . . . .                               | .11 |
| 1.6. Работа расширения рабочего вещества. . . . .  | .12 |
| 1.7. Первый закон технической термодинамики. . . . .                                       | .14 |
| 1.7.1. Непрерывное получение работы из тепла. . . . .                                      | .15 |
| 1.7.2. Внешняя работа процесса и энтальпия . . . . .                                       | .18 |
| 1.8. Второй закон термодинамики . . . . .  | .19 |
| 1.8.1. Цикл Карно и теорема Карно . . . . .  | .23 |
| 1.8.2. Основные дифференциальные связи термодинамики . . . . .                             | .24 |
| 1.8.3. Связь теплоемкостей - изобарного и изохорного процессов . . . . .                   | .25 |
| 1.8.4. Расчет изменения энтропии идеального газа . . . . .                                 | .27 |
| 1.8.5. Тепловая диаграмма . . . . .  | .28 |
| 1.9. Расчет процессов идеального газа . . . . .  | .30 |
| 1.9.1. Изобарный процесс . . . . .   | .31 |
| 1.9.2. Изохорный процесс . . . . .   | .33 |
| 1.9.3. Изотермический процесс . . . . .  | .34 |
| 1.9.4. Адиабатный процесс . . . . .  | .37 |
| 1.9.5. Политропный процесс. . . . .  | .42 |
| 1.10. Процессы компрессоров . . . . .  | .44 |
| 1.11. Истечение идеального газа . . . . .  | .51 |
| 1.11.1. Вводные положения . . . . .  | .51 |
| 1.11.2. Уравнение неразрывности идеального газа и закон изменения сечения потока . . . . . | .52 |
| 1.11.3. Температура торможения для адиабатного потока газа . . . . .                       | .55 |
| 1.11.4. Расчет скорости истечения газа из насадки или сопла . . . . .                      | .55 |
| 1.11.5. Критические величины при истечении . . . . .                                       | .56 |
| 1.11.6. Выбор формы насадки или сопла . . . . .  | .59 |
| 1.12. Циклы двигателей внутреннего сгорания (ДВС). . . . .                                 | .63 |
| 1.12.1. Общие положения . . . . .  | .63 |
| 1.12.2. Циклы ДВС со смешанным подводом тепла . . . . .                                    | .64 |
| 1.12.3. Цикл ДВС с подводом тепла при постоянном объеме . . . . .                          | .69 |
| 1.12.4. Цикл ДВС с подводом тепла при постоянном давлении . . . . .                        | .70 |
| 1.13. Циклы газотурбинных установок (ГТУ) . . . . .  | .78 |

|  |     |
|--|-----|
| 1.13.1. Общие положения                                    | .78 |
| 1.13.2. Цикл ГТУ с подводом тепла при постоянном давлении  | .79 |
| 1.13.3. Цикл ГТУ с подводом тепла при постоянном объеме    | .83 |
| 1.14. Циклы паросиловых установок (ПСУ)                    | .85 |
| 1.14.1. Общие положения. Водяной пар                       | .85 |
| 1.14.2. Диаграммы водяного пара                            | .91 |
| 1.14.3. Расчет процессов пара.                             | .93 |
| 1.14.4. Циклы паросиловых установок                        | .95 |
| 1.14.5. Теплофикационный цикл ПСУ                          | .98 |
| 1.15. Циклы холодильных машин                              | .99 |
| 1.15.1. Общие положения                                    | .99 |
| 1.15.2. Схема и цикл парокомпрессионной холодильной машины | 100 |
| 1.15.3. Схема и цикл газовой холодильной машины            | 105 |
| 1.16. Влажный воздух                                       | 108 |
| 1.16.1. Общие характеристики влажного воздуха              | 108 |
| 1.16.2. Энтальпия влажного воздуха и $Id$ – диаграмма.     | 111 |
| 1.16.3. Смешение потоков влажного воздуха                  | 118 |

## Часть 2

### ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

|   |     |
|---|-----|
| 2.1. Общие положения  | 119 |
| 2.2. Основные положения теплопроводности                                      | 200 |
| 2.3. Закон Фурье  | 121 |
| 2.4. Вывод дифференциального уравнения температурного поля (теплопроводности) | 122 |
| 2.5. Методика решения задач теплопроводности                                  | 126 |
| 2.6. Решение конкретных задач теплопроводности                                | 127 |
| 2.6.1. Теплопроводность плоской стенки. Граничные условия первого рода        | 127 |
| 2.6.2. Теплопроводность плоской стенки. Граничные условия третьего рода       | 130 |
| 2.7. Конвективный теплообмен  | 132 |
| 2.7.1. Теория подобия в теплотехнике  | 137 |
| 2.7.2. Условия однозначности в процессах конвективного теплообмена            | 138 |
| 2.7.3. Расчет теплообмена при вынужденной конвекции                           | 144 |
| 2.7.4. Расчет теплообмена при свободной конвекции                             | 146 |
| 2.7.5. Общие замечания о конвективном теплообмене.                            | 148 |
| 2.8. Лучистый теплообмен (теплообмен излучением)                              | 148 |
| 2.8.1. Виды лучистых потоков  | 149 |
| 2.8.2. Некоторые определения и законы теплового излучения                     | 150 |
| 2.8.3. Схема лучистых потоков для поверхности излучающего тела                | 153 |
| 2.8.4. Методы расчета теплового излучения                                     | 155 |
| 2.9. Теплообменные аппараты   | 161 |

|  |            |
|--|------------|
| 2.9.1. Основные уравнения теплового расчета теплообменных аппаратов и примеры расчета. . . . . | 162        |
| 2.10. Тепловой расчёт тормозных механизмов колёсных машин. . . . .                             | 171        |
| <b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК . . . . .</b>  | <b>173</b> |
| <b>ПРИЛОЖЕНИЕ. . . . .</b>   | <b>174</b> |

## **ВВЕДЕНИЕ**

Термодинамика и теплопередача являются теоретическими основами курса общей теплотехники. В части первой (техническая термодинамика) изложены основные законы термодинамики, общая методика расчета процессов и циклов тепловых машин.

В части второй (теплопередача) рассматриваются способы передачи тепла и приводятся инженерные формулы для их расчета.

В каждом разделе настоящего курса теоретические положения поясняются достаточным количеством примеров.

# ЧАСТЬ 1

## ТЕРМОДИНАМИКА (ТЕХНИЧЕСКАЯ)

### 1.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Дословно *«термодинамика»* - «это тепла движение», передача тепла от одного тела к другому. Однако задачи технической термодинамики значительно шире и вместе с тем определеннее.

Техническая термодинамика рассматривает вопросы взаимопревращения тепла и работы в различных процессах и циклах для реальных рабочих тел.

*Рабочим телом, или рабочим веществом*, будем называть вещество, способное воспринимать тепло и превращать часть этого тепла в работу.

Отметим также, что рабочим телом в термодинамике является конкретное количество газа или пара, участвующих в процессах или циклах тепловых машин. Газы (продукты сгорания топлива) или пары (в паросиловых установках - это водяной пар, в холодильных - пары фреонов и других веществ) способны расширяться при подводе тепла, и это свойство можно использовать для получения работы. Технические расчеты производятся с помощью обычных микрофизических величин, характеризующих состояние рабочего тела (вещества) и называемых термодинамическими параметрами, или просто параметрами состояния.

### 1.2. ПАРАМЕТРЫ СОСТОЯНИЯ РАБОЧЕГО ВЕЩЕСТВА

В термодинамике, что подтверждено практикой, рабочее вещество можно считать идеальным газом, когда силы взаимодействия между отдельными его частицами практически отсутствуют. В этом случае вполне приемлемым является уравнение идеального газа – уравнение Клапейрона - Менделеева.

В это уравнение входят следующие параметры.

*Давление* - как отношение силы, оказываемой веществом на единицу площади:

$$p = \frac{P}{F}, \left[ \frac{H}{m^2} \right].$$

Обычно следует иметь в виду соотношение:

$$750,06 \text{ мм рт.ст.} = 1 \text{ бар} = 10^5 \frac{H}{m^2}.$$

*Температура* - мера нагретости тела.

Привычной для нас является шкала Цельсия.  $0^{\circ}C$  - температура таяния льда,  $100^{\circ}C$  - температура кипения воды (при 760 мм рт. ст.). Правда, если обратиться к истории физики, то эти две цифры первоначально были «перевернуты» (вначале 100, а потом  $0^{\circ}C$ ). Ниже  $0^{\circ}C$  располагаются

отрицательные температуры. И если перемещаться в сторону этих отрицательных температур, то, как известно из физики, температура  $-273^{\circ}\text{C}$  соответствует  $0^{\circ}\text{K}$  (т.е. началу шкалы абсолютной температуры,  $T^{\circ}\text{K}$ ).

Температура по шкале Кельвина,  $T^{\circ}\text{K}$ , связана со шкалой Цельсия простой формулой:

$$T = 273 + t \text{ [}^{\circ}\text{K]},$$

где  $t, ^{\circ}\text{C}$  - температура по Цельсию.

Именно абсолютная температура и входит в уравнение состояния идеального газа. Отметим также, что шкала Цельсия, в отличие от абсолютной (по Кельвину), является столь же эмпирической, как шкала Фаренгейта ( $32 \div 212,2^{\circ}\text{F}$ ) или Реомюра ( $0 \div 80^{\circ}\text{R}$ ), представленные по точкам плавления льда и кипения воды при 760 мм рт. ст.

*Удельный объем вещества (рабочего тела)* - это отношение общего объема к массе, т.е.

$$v = \frac{V}{m} \left[ \frac{\text{м}^3}{\text{кг}} \right].$$

Эта величина для термодинамических расчетов является более удобной, чем плотность

$$\rho = \frac{1}{v} \left[ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right].$$

### 1.3. ОБЩИЕ СВОЙСТВА ПАРАМЕТРОВ СОСТОЯНИЯ

Любая величина, изменение которой не зависит от промежуточных состояний и которая определяется только параметрами начального и конечного состояния, может рассматриваться как параметр. Математически - дифференциал этой величины есть полный дифференциал. Например, для величины  $x = f(P, T)$ :

$$dx = \left( \frac{\partial x}{\partial P} \right)_T dP + \left( \frac{\partial x}{\partial T} \right)_P dT.$$

В общем виде, если  $z = f(x, y)$ :

$$dz = \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)_y dx + \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)_x dy.$$

Для конкретного значения  $z$  дифференциал  $dz = 0$ . Тогда из уравнения



$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x dy = 0,$$

после деления на второе слагаемое получим общее соотношение:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1.$$

#### 1.4. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ

Уравнением состояния для однородного вещества является общая зависимость вида  $f(p, v, T) = 0$ .

Уравнение Клапейрона - Менделеева для одного килограмма идеального газа имеет вид:

$$p v = R T,$$

где  $p \frac{H}{M^2}$  - давление;

$v \frac{M^3}{кг}$  - удельный объем;

$T \text{ } ^\circ K$  - абсолютная температура (по Кельвину);

$R \frac{Дж}{кг \cdot ^\circ K}$  - газовая постоянная.

Для нескольких килограммов газа следует умножить обе части этого равенства на  $m$  (кг):

$$p V = m \cdot R T.$$

$V (M^3)$  - полный объем газа.

Для киломоля идеального газа это уравнение запишем так:

$$p v_\mu = R_\mu \cdot T,$$

где  $v_\mu$  - объем киломоля газа при заданных давлении и температуре;

$R_\mu$  - универсальная газовая постоянная.

Термин «универсальная» поясним на примере 1.

##### **Пример 1.**

Определим  $R_\mu$  для нормальных физических условий.

Нормальное давление  $760 \text{ мм рт. ст.} = 101325 \text{ Н/м}^2$ , температура ( $0^\circ C$ )  
 $T \approx 273 \text{ } ^\circ K$ .

Объем любого газа при этих условиях

$$v_\mu = 22,41 \text{ м}^3 / \text{кмоль}.$$

Тогда

$$R_\mu = \frac{p v_\mu}{T} = \frac{101325 \cdot 22,41}{273} = 8314 \frac{Дж}{\text{кмоль} \cdot ^\circ K}.$$

Эта величина

$$R_{\mu} = 8314 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{K}} = 8,314 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{K}}$$

является для всех газов одинаковой и называется *универсальной газовой постоянной*.

Отметим далее, что для каждого конкретного газа, в расчете на 1 кг массы, газовая постоянная не является универсальной. Напротив, эта величина представляет фиксированную величину.

В расчете  $R \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$ , т.е. для каждого газа,

$$R = \frac{R_{\mu}}{\mu} = \frac{8314}{\mu} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$$

**Пример 2.** Определить газовые постоянные для кислорода, азота и воздуха.

1. Для кислорода с его мольной массой  $\mu = 32 \text{ кг/кмоль}$  газовая постоянная

$$R_{O_2} = \frac{8314}{32} = 260 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$$

2. Для азота

$$R_{N_2} = \frac{8314}{28} = 296 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$$

3. Воздух, в первом приближении, можно считать смесью азота (80 % по объему) и кислорода (20 %).

Условная мольная масса воздуха ближе к азоту и составляет

$$\mu_B = 29 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$$

Тогда

$$R = \frac{8314}{29} = 286 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$$

Это значение лучше запомнить, т.к. газовая постоянная воздуха (а воздух, тем более сухой, близок к идеальному газу) многократно используется при расчете процессов и циклов тепловых машин.

**Пример 3.** Определить массу воздуха в аудитории размерами  $3 \times 6 \times 12 \text{ м}^3$ .

Объем аудитории  $V = 3 \times 6 \times 12 = 216 \text{ м}^3$ .

Решение. Для решения задачи следует задать температуру в помещении и давление воздуха. В учебных аудиториях в соответствии с санитарными нормами и правилами (СНИП) приемлема температура  $t = 17^{\circ}\text{C}$  ( $290^{\circ}\text{K}$ ). Давление воздуха считаем равным  $750 \text{ мм рт. ст.}$ , т.к. это значение проще всего перевести в систему СИ:  $750 \text{ мм рт. ст.} \approx 10^5 \text{ Н/м}^2$ . Тогда из уравнения

$m p V = R T$  масса воздуха

$$m = \frac{pV}{RT} = \frac{10^5 \cdot 216}{286 \cdot 290} \approx 258 \text{ [кг]}.$$

Замечание. Мы все живем в океане воздуха и зачастую не подозреваем, что даже в небольшом объеме, как в примере 3, находится столь значительное его количество по массе. Это не означает, к сожалению, что запасы воздуха (и кислорода) безграничны. Можно просчитать, например, сколько кислорода Земля теряет только за один трансатлантический рейс самолета или при запуске современных космических ракет. Оставим, однако, эти расчеты другим дисциплинам, имеющим отношение к экологии.

## 1.5. ОБЩАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ПРОЦЕССОВ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

Конкретное состояние рабочего вещества определяется двумя параметрами, которые это состояние и характеризуют (см. точки 1 и 2 с параметрами  $p_1, v_1$  и  $p_2, v_2$ , рис. 1.1.).

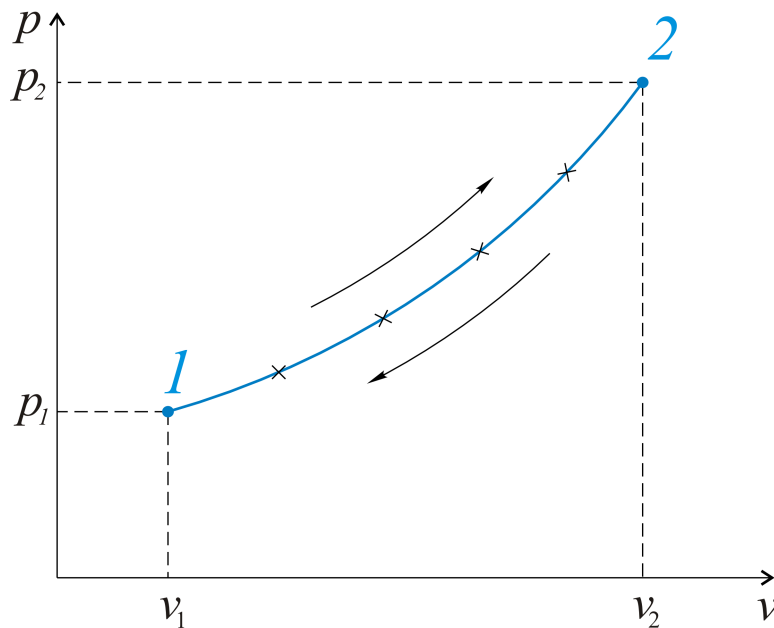


Рис.1.1. Рабочая диаграмма

Третий параметр (температура) однозначно определяется по уравнению состояния Клапейрона - Менделеева.

Термическим процессом назовем бесконечную совокупность состояний, через которые проходит рабочее вещество от т. 1 до т. 2. Если рабочее вещество проходит по линии 1 - 2 и может вернуться в исходное состояние по линии 2 - 1, процесс считается обратимым. Любое отклонение от линии процесса означает только одно - процесс является необратимым.

Воспринимаем как аксиому, что параметры, например, давление  $p_1$  и удельный объем  $v_1$ , соответствуют точке 1 на диаграмме, т.е. всему рабочему

веществу присущи указанные давления и удельный объем. Это положение, о равенстве параметров во всех точках рабочего тела (вещества), считается в термодинамике условием равновесия.

В заключение подчеркнем следующее. В технической термодинамике различают процессы:

- а) обратимые и необратимые;
- б) равновесные и неравновесные.

Далее при изучении процессов и циклов, которые представляют совокупность термодинамических процессов, рассматриваются процессы обратимые и равновесные.

## 1.6. РАБОТА РАСШИРЕНИЯ РАБОЧЕГО ВЕЩЕСТВА

В любой тепловой машине работа получается только тогда, когда в этой машине движутся ее конструктивные части (поршень, коленвал, вращающаяся турбина и т.д.). Механическое перемещение можно вызвать расширением рабочего вещества, а само расширение - подводом тепла извне.

Решим задачу в общем виде.

Пусть имеем 1 кг рабочего вещества при давлении  $p$  и температуре  $T$ , рис. 1.2.

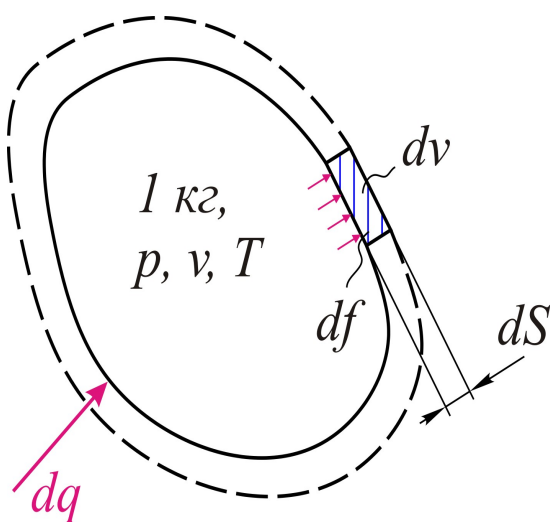


Рис. 1.2. К выводу формулы работы расширения

Объем рабочего тела (вещества) можно увеличить при подводе тепла  $dq$ .

Расширение сопровождается изменением объема, когда каждая элементарная площадка  $df$  смещается на расстояние  $ds$ , т.е. элементарное изменение объема

$$dV = df \cdot ds.$$

Сила, действующая на площадку  $ds$ , это произведение  $p \cdot df$ . При перемещении  $ds$  элементарная работа расширения

$$dw = p \cdot df \cdot ds = p \cdot dV.$$

Для конкретного процесса работа расширения

$$w = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Последняя запись указывает возможность графического представления работы расширения в  $pV$  - координатах, рисунок 1.3.

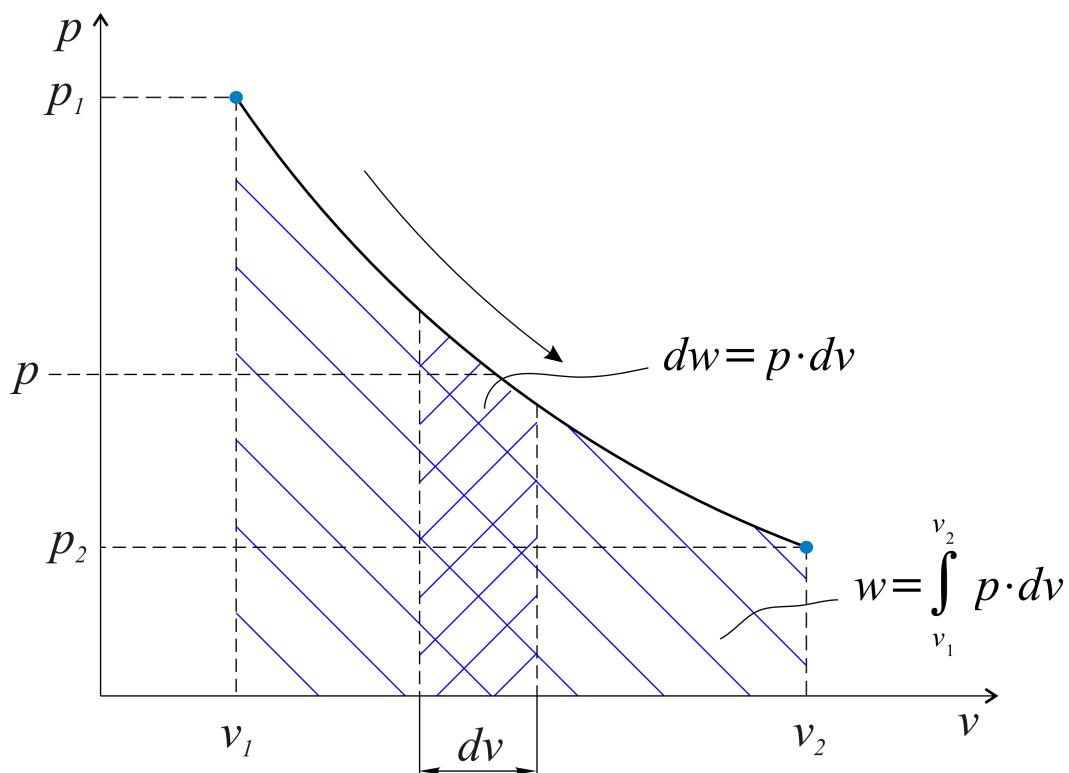


Рис. 1.3. Графическое изображение работы расширения

Работа расширения в  $pV$  - координатах изображается площадью под линией процесса.

Из выражения  $dw = p dV$  следует, что знак (плюс или минус) работы и объема одинаковы. Понимая, что при расширении работа получается, отметим следующие положения.

1. При  $dV > 0$ ,  $dw > 0$ , работа получается (расширение рабочего вещества).
2. При  $dV = 0$ , ( $V = const$ ),  $w = 0$  (процесс изохорный).
3. При  $dV < 0$ ,  $dw < 0$ , работа затрачивается (сжатие вещества).

Указанные варианты представлены на рис. 1.4.

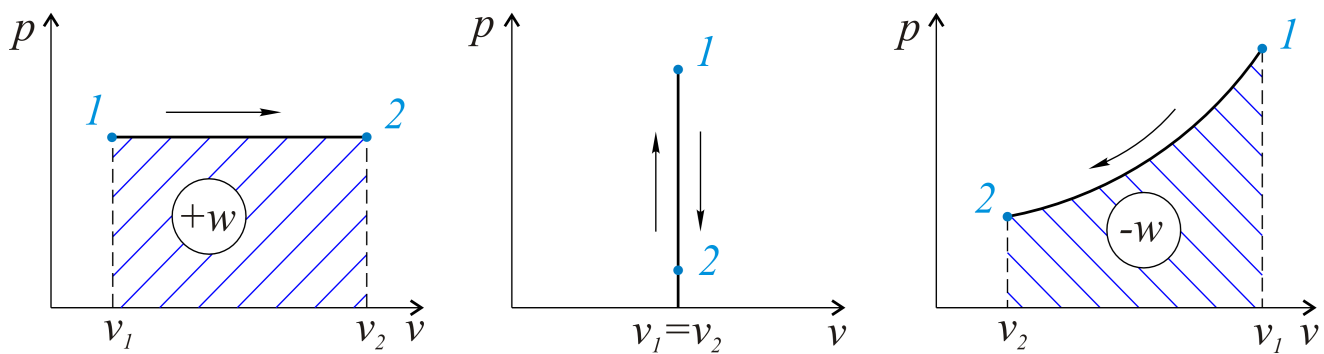


Рис.1.4. Связь изменения объема и работы – однозначна

## 1.7. ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕХНИЧЕСКОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ

Этот закон представляет закон сохранения и превращения энергии применительно к процессам взаимопревращения тепла и работы.

Рабочее тело в конкретном состоянии обладает определенной внутренней энергией, обусловленной суммой потенциальной и кинетической энергией составляющих это тело частиц. Как можно увеличить эту внутреннюю энергию проще всего? Можно подвести тепло  $Q$ , перевести рабочее тело при этом из состояния с внутренней энергией  $U_1$  в состояние  $U_2$ , т.е.

$$U_2 = U_1 + Q \text{ [Дж]}.$$

Если в этом же (произвольном) процессе от рабочего тела, при его расширении, получается некоторое количество работы  $W$ , то внутренняя энергия будет меньше, т.е.

$$U_2 = U_1 + Q - W \text{ [Дж]}.$$

Это же соотношение относительно тепла:

$$Q = U_2 - U_1 + W \text{ [Дж]}.$$

Сформулируем первый закон термодинамики следующим образом:  
*подводимое к рабочему телу тепло затрачивается на изменение его внутренней энергии и получение работы.*

При расчете на 1 кг рабочего тела запишем первый закон термодинамики малыми буквами:

$$q = u_2 - u_1 + w \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right].$$

Для элементарного процесса тепло

$$dq = du + dw \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right].$$

Следовательно:

$$dw = dq - du.$$

Можно ответить и на такой вопрос. За счет чего получается работа?

Ответ – из последнего равенства: за счет подвода тепла и убыли внутренней энергии.

Содержание первого закона термодинамики можно охарактеризовать следующим образом:

Невозможно создать вечный двигатель первого рода, т.е. машину для получения работы «из ничего». Создание такой машины противоречило бы закону сохранения энергии, который был изложен Ломоносовым М. В., а впоследствии конкретизирован Гессом Г. И. для химической реакции, Ленцем Э. Х. - для преобразования электрической энергии в тепловую, Майером и Джоулем - при установлении эквивалента тепла и работы и т.д.

### 1.7.1. НЕПРЕРЫВНОЕ ПОЛУЧЕНИЕ РАБОТЫ ИЗ ТЕПЛА

Ответ, по сути, представлен ранее: нужно подводить тепло к рабочему телу, тело расширяется, и при этом работа положительна, т.е. работа получается, рисунок 1.5.

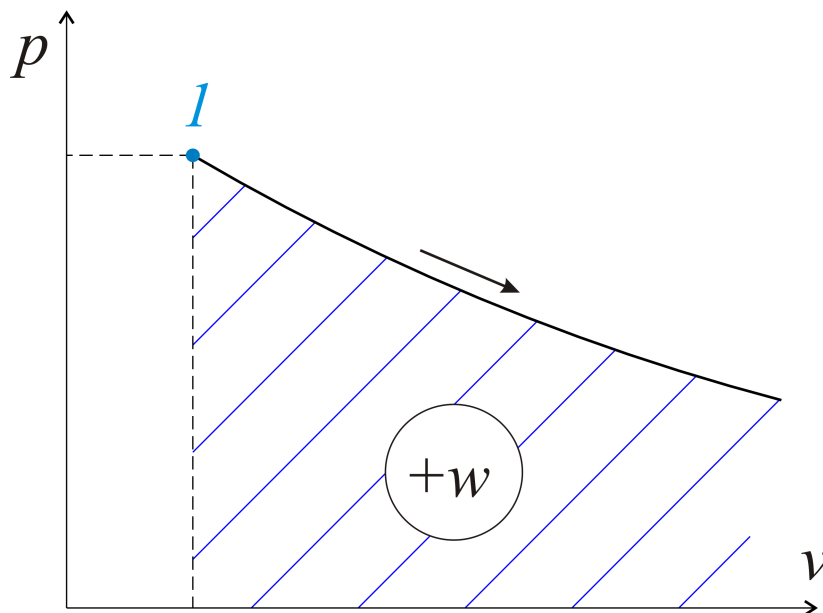


Рис. 1.5. Работа получается только при расширении рабочего тела

Рисунок показывает нереальность такой задачи - машина не может быть бесконечно большой по объему (равно как и подводимое тепло не может быть бесконечным). Ограничение же справа (на рисунке) по объему означает лишь

одно: тепловая машина конечна. Расширение от точки 1 следует остановить в точке 2. Работа при расширении должна быть больше, чем на возврат рабочего тела в исходное состояние, как это показано на рисунке 1.6.

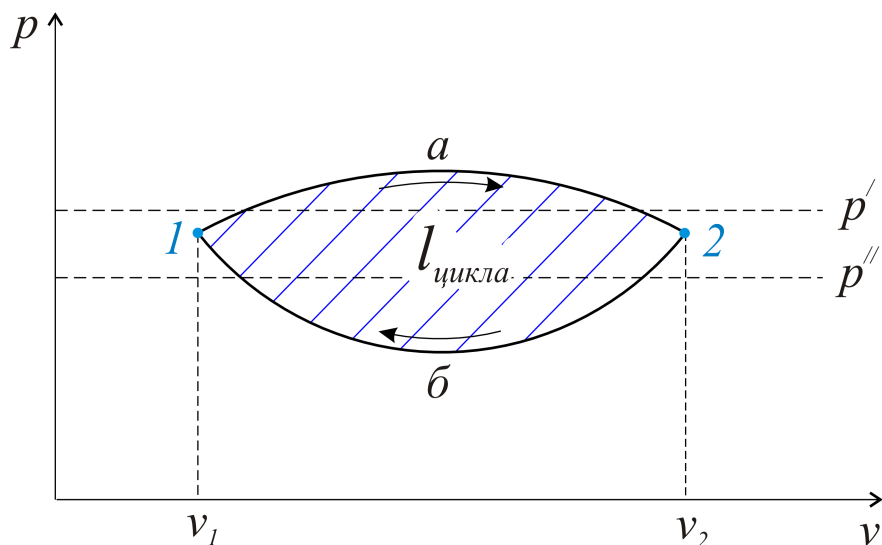


Рис.1.6. Работа в процессе  $1a2$  больше, чем в  $2б1$

Некоторые физические познания потребуются для дальнейших размышлений. При расширении температура рабочего вещества (чаще всего, газа) падает. В процессе  $1a2$  среднее давление  $p'$  должно быть больше, чем при возврате тела в исходное состояние 1, т.е.  $p'' < p'$ .

Совокупностью процессов  $1a2$  и  $2б1$  можно получить результат, равный работе цикла, который представляет собой последовательность процессов, периодически возвращающих рабочее вещество в начальное состояние.

При расширении  $1a2$  работа получается, при сжатии  $2б1$  - затрачивается. Результатом и является работа цикла, т.е. площадь в  $pV$  - координатах, как это показано на рисунке 1.7.

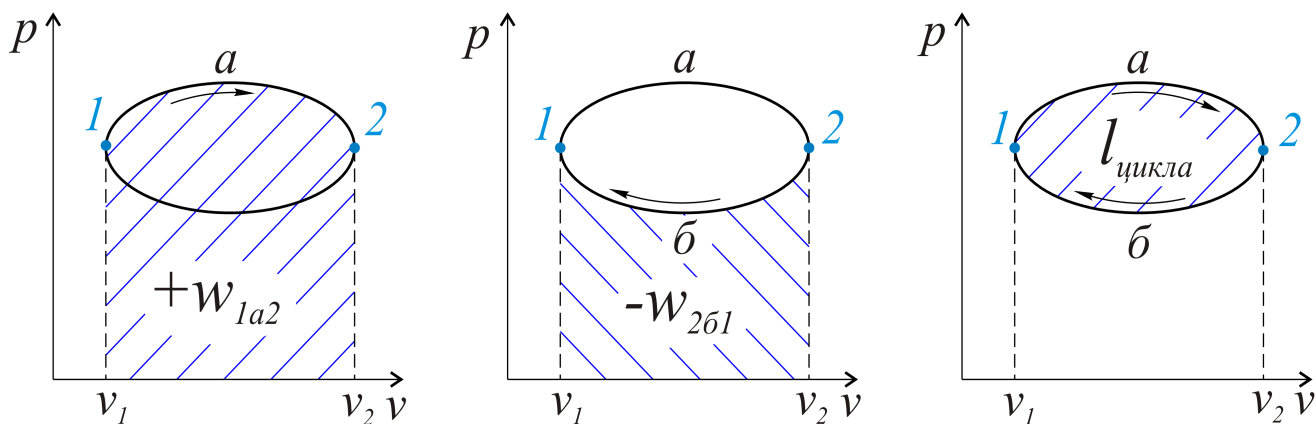


Рис. 1.7. Работа в цикле - это  $l = w_{1a2} - w_{2б1}$



В процессе  $1a2$ , для поддержания большего давления, можно подводить тепло

$$+q_1 = u_2 - u_1 + w_{1a2}.$$

При возврате рабочего тела в исходное состояние давление следует снизить, проще всего, отводом тепла

$$-q_2 = u_1 - u_2 - w_{2b1}.$$

Сложением этих уравнений получим, что

$$q_1 - q_2 = q_{1a2} - w_{2b1} = l_{\text{цикла}},$$

т.е. работа цикла всегда получается как разность подведенного и отведенного количеств тепла.

В соответствии с этим выводом схему любого теплового двигателя можно представить совокупностью теплоотдатчика, отдающего рабочему веществу (РВ) тепло  $q_1$ , и теплоприемника (холодильника), которому передается тепло  $q_2$ , рисунок 1.8.

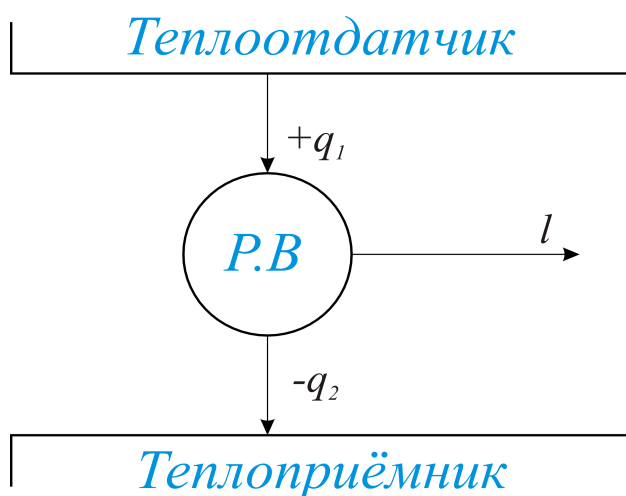


Рис. 1.8. Схема теплового двигателя

Термическим коэффициентом полезного действия (КПД) является отношение работы, полученной в цикле, к подводимому теплу, т.е.

$$\eta = \frac{l}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1}.$$

## 1.7.2. ВНЕШНЯЯ РАБОТА ПРОЦЕССА И ЭНТАЛЬПИЯ

Рассмотрим произвольный процесс расширения рабочего вещества, рисунок 1.9.

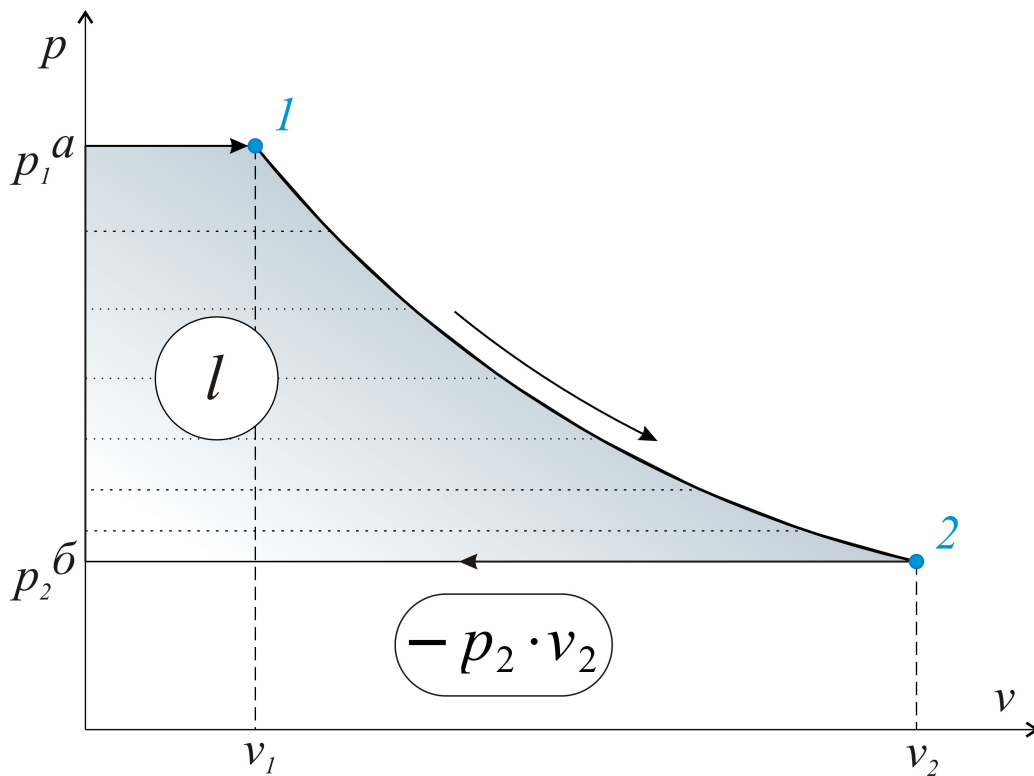


Рис. 1.9. Внешняя работа  $l$  - это площадь до оси давлений

Рабочее вещество при давлении  $p_1$  следует взять извне (линия  $a1$ ), получив при этом работу

$$w_{a1} = + p \cdot V_1.$$

В процессе расширения  $1 - 2$  получается работа  $w_{12} = w$ .

Отработавшее вещество при давлении  $p_2$  должно быть выброшено с затратой работы

$$w_{2б} = - p_2 \cdot V_2.$$

Результатом для нас является

$$l = p_1 V_1 + w - p_2 V_2,$$

называемая внешней работой процесса. Из этой записи  $w = l - p_1 V_1 + p_2 V_2$ .

Подставив в первый закон термодинамики,

$$q = u_2 - u_1 + w,$$

получим

$$q = u_2 - u_1 + p_2 V_2 - p_1 V_1 + l = (u_2 + p_2 V_2) - (u_1 + p_1 V_1) + l.$$

Сумма  $(u + pV)$ , составленная из параметров, также является параметром состояния рабочего вещества и называется энтальпией

$$i = u + pV.$$

Первый закон термодинамики в записи через энтальпию представим в следующем виде:

$$q = i_2 - i_1 + l$$

или, для элементарного процесса,

$$dq = di + dl.$$

Из рисунка 1.9 следует, что площадь

$$l = - \int_{p_1}^{p_2} V dp,$$

а элементарная внешняя работа

$$dl = -VdP.$$

Ниже приведены записи первого закона термодинамики с использованием изменения внутренней энергии и энтальпии.

$$\begin{array}{ll} q = u_2 - u_1 + w \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right]; & q = i_2 - i_1 + l \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right]; \\ dq = du + dw; & dq = di + dl; \\ dw = pdV; & dl = -Vdp; \\ w = \int_{V_1}^{V_2} pdV; & l = - \int_{p_1}^{p_2} Vdp. \end{array}$$

## 1.8. ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

Этот закон утверждает принцип односторонности течения тепловых процессов. В самом деле, как аксиома воспринимается формулировка

Клаузиуса (1850 г.) о том, что «тепло не переходит само собой от холодного тела к более нагретому».

Немного сложнее следующие формулировки.

Невозможно создать тепловую машину для получения работы только за счет отвода тепла от данного источника (Планк). Дополним это положение такой фразой: часть тепла будет отведена к теплоприемнику, т.е. ни в одном цикле все подводимое тепло не может быть превращено в работу.

Отсвальд предлагает: невозможен вечный двигатель второго рода, как источник получения работы за счет внутренней энергии окружающих тел.

По Томсону (Кельвину): энергия изолированной системы постепенно деградируется (1851г.).

По Больцману (1870 г.): природа стремится от состояний маловероятных к состояниям более вероятным, т.е. более устойчивым.

Качественной характеристикой процессов преобразования тепла, т.е. величиной, учитывающей действительное направление процессов, является энтропия.

Воспользуемся известными данными из курса общей физики: тепло элементарного процесса можно определить произведением абсолютной температуры в этом процессе на изменение энтропии, т.е.

$$dq = T \cdot dS .$$

Последнее уравнение считается математическим выражением второго закона термодинамики. Здесь дифференциал энтропии

$$dS = \frac{dq}{T} .$$

Косвенно покажем, что энтропия является параметром состояния. Из первого закона термодинамики для элементарного процесса

$$dq = du + dw = du + p dv .$$

После деления обеих частей равенства на температуру  $T$

$$\frac{dq}{T} = \frac{du}{T} + p \frac{dv}{T} ,$$

с учетом уравнения состояния идеального газа, следует, что

$$\frac{p}{T} = \frac{R}{v} .$$

Запишем дифференциал энтропии

$$dS = \frac{dq}{T} = \frac{du}{T} + \frac{Rdv}{v},$$

т.е.

$$dS = \frac{du}{T} + R \ln v + C,$$

$$dS = f(T) + R \ln v + C.$$

В правой части уравнения приведены параметры ( $U$  - внутренняя энергия,  $T$  - абсолютная температура,  $v$  - удельный объем), которые присущи конкретному состоянию рабочего вещества. Столь же конкретной и однозначной величиной является в этом случае и энтропия, являющаяся параметром состояния.

Для конечного процесса определенное количество тепла,

$$q = \int_{S_1}^{S_2} T dS,$$

представляется площадью в  $TS$  - координатах, рисунок 1.10.

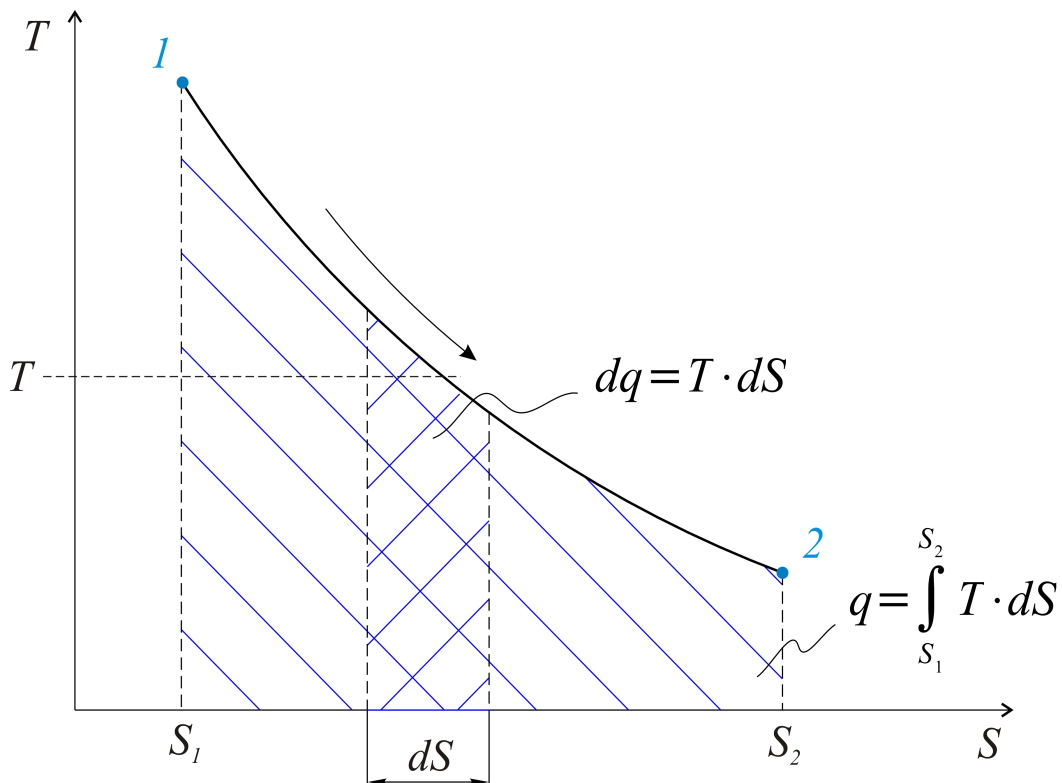


Рис. 1.10. Площадь в этих координатах можно показать тепло элементарного процесса  $dq$ , а также полного -  $q$ . Название этой диаграммы - тепловая

Математическая запись второго закона термодинамики,

$$dq = TdS,$$

показывает, что знаки (плюс или минус) тепла и энтропии одинаковы.

Отметим следующие три положения:

1. При  $dS > 0, dq > 0$ , тепло подводится.
2. При  $dS = 0, dq = 0$ , тепло не подводится и не отводится - это адиабатный процесс.
3. При  $dS < 0, dq < 0$ , тепло отводится.

На рисунке 1.11 (а, б, в, г) это показано графически.

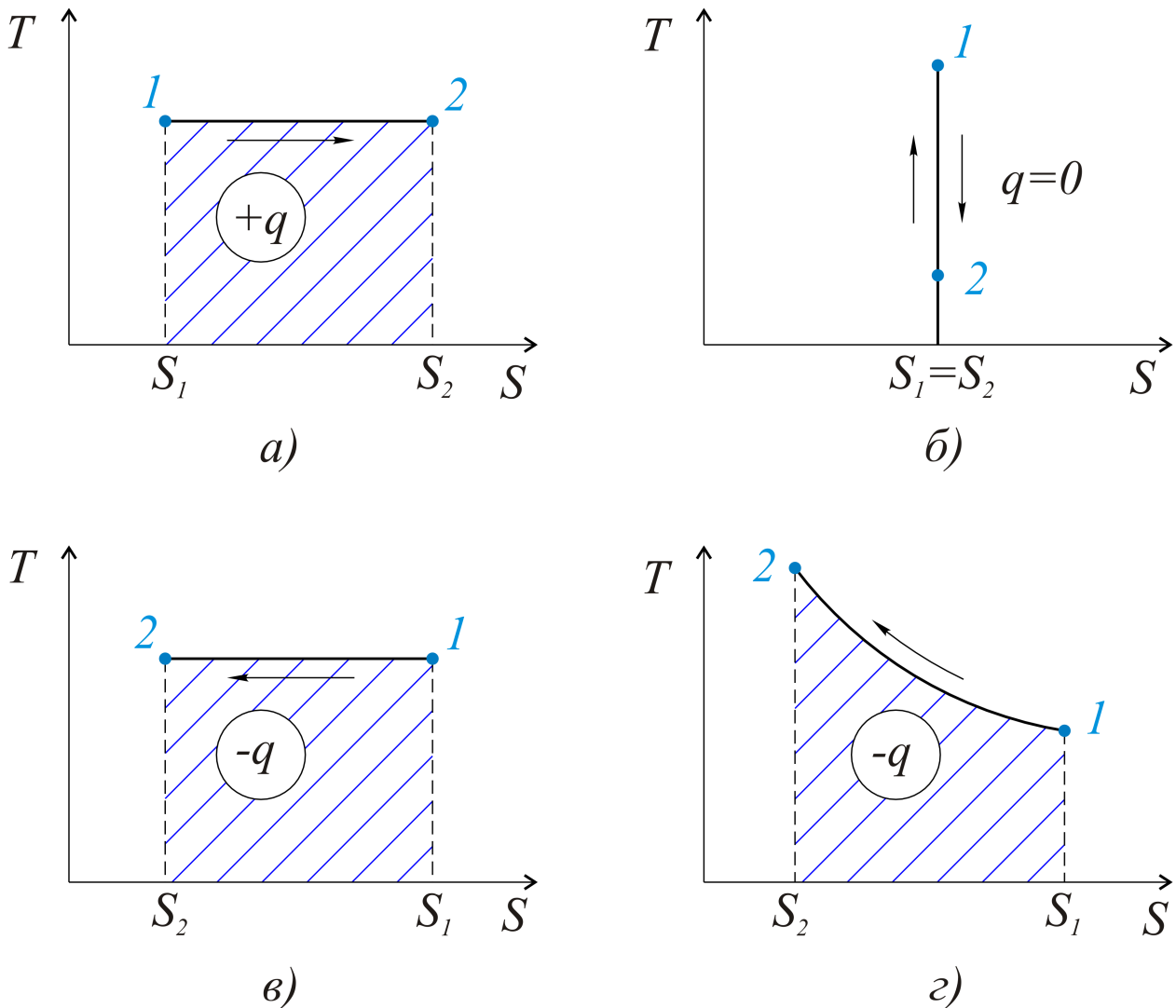


Рис. 1.11. Тепло определяется только изменением энтропии (см. а, б, в, г)

Обратимся к последнему рисунку (г), который показывает, что при уменьшении энтропии тепло отводится. Почему же повышается температура? Да только потому, что нами учтены далеко не все факторы процесса. Суть дела в том, что процесс 1 - 2 (произвольный) - это процесс сжатия, а при сжатии любого газа, если охлаждение недостаточно, его температура повышается (например, как при сжатии газа в компрессорах).

### 1.8.1. ЦИКЛ КАРНО И ТЕОРЕМА КАРНО

Впервые вопрос о использовании тепла с целью получения работы в наивыгоднейшем для нас цикле был поставлен французским инженером Сади Карно (1796 - 1832 гг.) в его гениальной работе «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу» (1824 г.).

Сделаем произвольный перевод названия этой статьи: сколько работы можно получить из подводимого тепла?

Заметим, что в названной журнальной статье Карно нет ни одной формулы или графика - все рассказано словами. Второй закон термодинамики в 1824 г. только что начинал витать в научной среде.

Проследим, тем не менее, логику Карно применительно к циклу теплового двигателя, используя уже изложенные выше положения (1 и 2 законы термодинамики) и имея в виду схему теплового двигателя ( $l = q_1 - q_2$ ).

Инженеру Сади Карно было известно, что в любом тепловом двигателе (конструкция никакого значения не имеет) необходимо наличие источника тепла с высокой температурой  $T_1$  и теплоприемника с низкой температурой  $T_2$ . Предложения Карно: подводить тепло следует при максимально возможной  $T_1$ , а отводить при минимальной  $T_2$ . В  $TS$ -координатах - это процессы 4 - 1 и 2 - 3, рисунок 1.12.

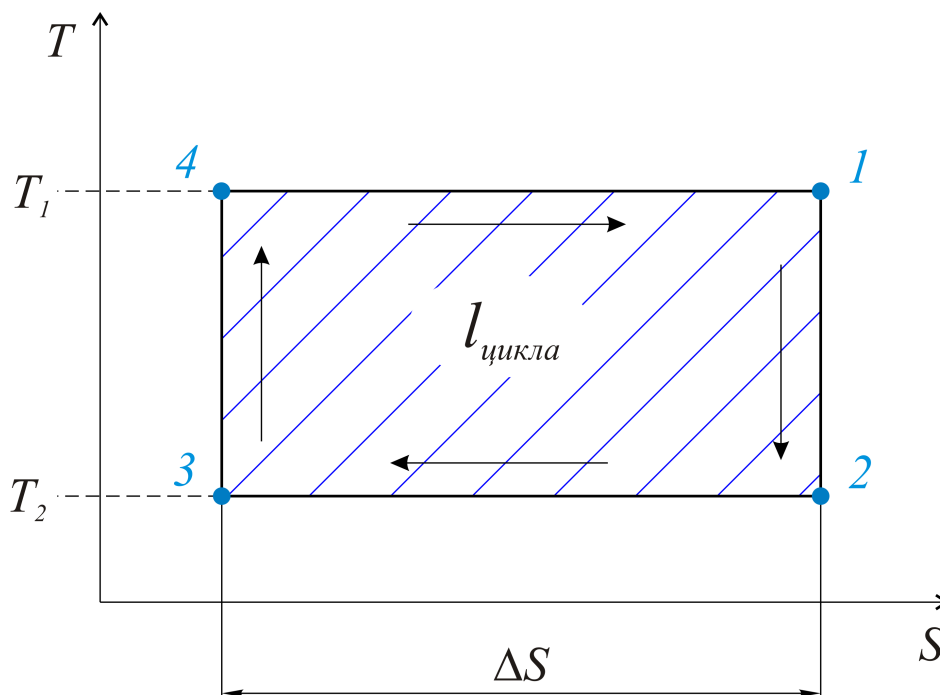


Рис. 1.12. Работа цикла - это всегда разность подведенного и отведенного количества тепла

Подводимое при этом тепло

$$q_1 = T_1 \cdot \Delta S,$$

а отводимое

$$q_2 = T_2 \cdot \Delta S.$$

Работа цикла

$$l = q_1 - q_2.$$

Термический КПД цикла

$$\eta_t = \frac{l}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_2 \Delta S}{T_1 \Delta S} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Последняя формула,

$$\eta_t = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

показывает, что термический КПД цикла Карно определяется только температурами подвода  $T_1$  и отвода  $T_2$  тепла (это и есть теорема Карно). Два процесса (1 - 2 и 3 - 4), замыкающие цикл теплового двигателя, - это адиабатные.

## 1.8.2. ОСНОВНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СВЯЗИ ТЕРМОДИНАМИКИ

В настоящем курсе приведем только минимум дифференциальных связей термодинамики, которые довольно условно можно назвать основными. Используем записи первого закона термодинамики

$$dq = du + dw = du + pdV, \quad (1)$$

$$dq = di + dl = di - Vdp \quad (2)$$

и второго

$$dq = TdS. \quad (3)$$

Применим формулу 1 для изохорного процесса (т.е.  $V = const$  или  $dV = 0$ ).

$$dq_v = du + pdV,$$

$$C_v \cdot dT = du, \quad \text{или} \quad \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v = C_v \quad (a)$$

В последней формуле (a) индекс объема при теплоемкости  $C_v$  означает, что это - теплоемкость при постоянном объеме (изохорная). Из уравнения (2) для изобарного процесса ( $p = const$ ,  $dp = 0$ )

$$dq_p = C_p \cdot dT = di - Vdp,$$



получим, что

$$\left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_p = C_p, \quad (б)$$

где  $C_p$  - теплоемкость при постоянном давлении, т.е. изобарная.

Из второго закона термодинамики для таких же процессов следует, что

$$dq_p = TdS_p = C_p dT_p, \quad \text{или} \quad \left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_p = \frac{T}{C_p}; \quad (в)$$

$$dq_v = TdS_v = C_v dT_v, \quad \text{или} \quad \left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_v = \frac{T}{C_v}. \quad (г)$$

### 1.8.3. СВЯЗЬ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ - ИЗОБАРНОГО И ИЗОХОРНОГО ПРОЦЕССОВ

Рассмотрим процессы, рисунок 1.13.

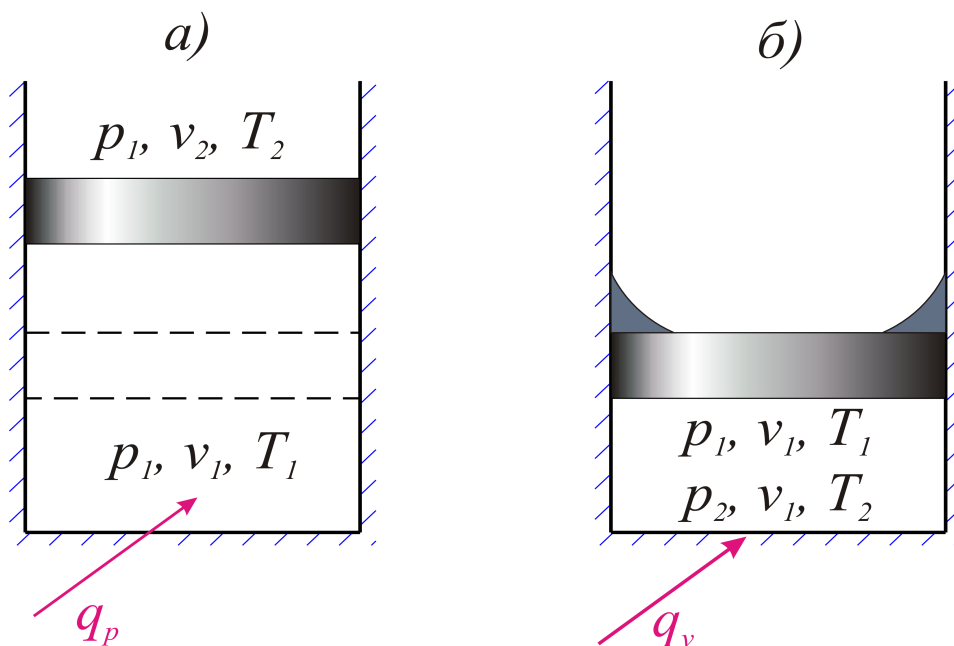


Рис. 1.13. Тепло можно подводить по-разному: при постоянном давлении или при постоянном объеме

Их изображения в  $pV$  - координатах показано линиями  $1-2p$  и  $1-2v$ , рисунок 1.14.

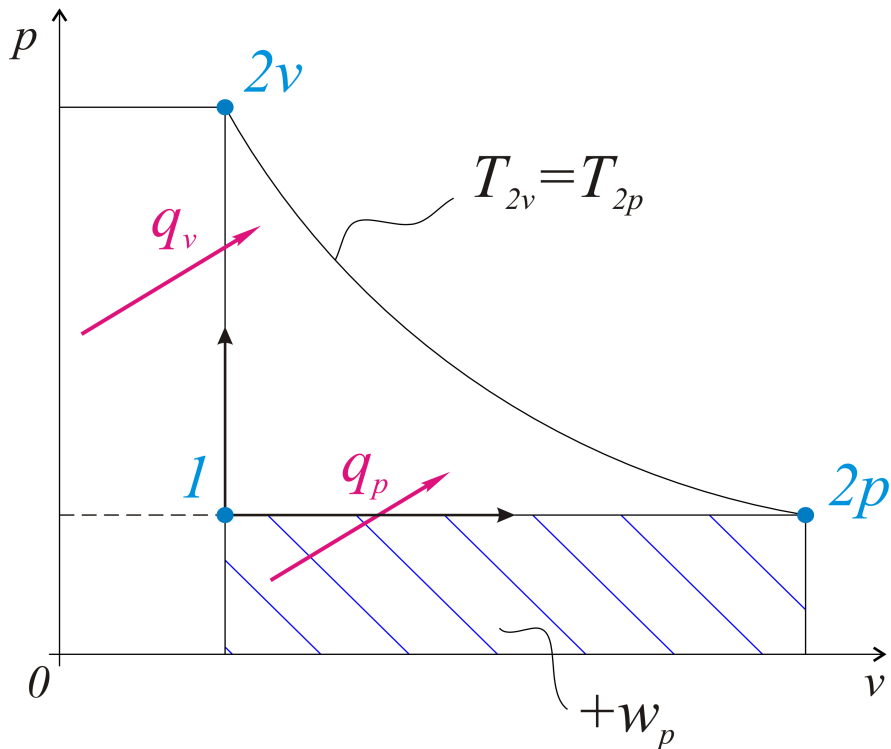


Рис. 1.14. Работы в изохорном процессе  $1 - 2v$  нет, работа в изобарном  $1 - 2p$  - это площадь под линией процесса

Следует решить, в каком из процессов, при одинаковом количестве газа и равной разности температур  $\Delta T = T_2 - T_1$ , необходимо подвести большее количество тепла. Наверное, в том процессе, в котором, кроме нагревания, совершается работа, т.е.  $q_p > q_v$ , и именно на величину совершаемой работы:

$$q_p - q_v = w.$$

Запишем, с привлечением теплоемкостей:

$$C_p(T_2 - T_1) - C_v(T_2 - T_1) = p(v_2 - v_1) = R(T_2 - T_1).$$

В правой части использовано уравнение состояния  $pv = RT$ . После сокращения получим, что

$$C_p - C_v = R \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right].$$

В расчете на киломоль газа это же уравнение, называемое *уравнением Майера*, имеет вид:

$$C_{p\mu} - C_{v\mu} = R_\mu \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}} \right].$$

Очевидно, что  $C_p > C_v$ , и используемое далее отношение  $C_p/C_v = k$  называется *показателем адиабаты*.

#### 1.8.4. РАСЧЕТ ИЗМЕНЕНИЯ ЭНТРОПИИ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

Изменение энтропии идеального газа можно определить, если известны начальные и конечные параметры состояний. Вообще говоря, этих параметров, в точках начальной и конечной, должно быть известно два (третий определяется из уравнения состояния).

Получим следующие три формулы для определения изменения энтропии идеального газа.

а) Пусть изменение энтропии определяется двумя параметрами - температурой  $T$  и удельным объемом  $v$ , т.е.:

$$\Delta S = f(T, v).$$

Используем первый закон термодинамики в записи через внутреннюю энергию (с привлечением основных дифференциальных связей):

$$dq = du + dw = du + pdv = C_v dT + pdv.$$

Это равенство разделим на температуру  $T$ , чтобы перейти к энтропии:

$$\frac{dq}{T} = dS = C_v \frac{dT}{T} + \frac{p dv}{T}.$$

Учитывая, из уравнения состояния,

$$Pv = RT, \text{ что } \frac{P}{T} = \frac{R}{v},$$

запишем для конечного процесса 1 – 2 изменение энтропии:

$$\Delta S = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}. \quad (1)$$

б) Изменение энтропии определяется температурой и давлением. Используя тот же закон термодинамики в записи через энтальпию, получим, что

$$dq = di + dl = di - Vdp = C_p dT - Vdp,$$

или, при делении на  $T$ ,

$$\frac{dq}{T} = dS = C_p \frac{dT}{T} - \frac{vdp}{T} = C_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p},$$

откуда

$$\Delta S = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (2)$$

для конечного процесса.

$$в) \quad \Delta S = f(p, v)$$

Используем равенство, записанное выше:

$$dS = C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v},$$

в котором необходимо заменить температуру другими параметрами. Из уравнения состояния  $pv = RT$ , если продифференцировать,

$$pdv + vdp = RdT.$$

После деления левой части уравнения на  $pv$ , правой на  $RT$  (что, по сути, одинаково, в соответствии с уравнением состояния) получаем, что

$$\frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = \frac{dT}{T}.$$

Тогда, для элементарного процесса,

$$dS = C_v \left( \frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} \right) + R \frac{dv}{v} = (C_v + R) \frac{dv}{v} + C_v \frac{dp}{p}.$$

Учитывая, что  $C_v + R = C_p$  (из уравнения Майера), для конечного процесса

$$\Delta S = C_p \ln \frac{v_2}{v_1} + C_v \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (3)$$

Приведенные здесь формулы (1), (2), (3) совершенно однозначны, т.е. для конкретного процесса изменение энтропии идеального газа, полученное расчетом, численно одинаково.

### 1.8.5. ТЕПЛОВАЯ ДИАГРАММА

Уравнения для расчета изменения энтропии позволяют построить основные линии в тепловой  $TS$ - диаграмме.

Самое простое, что уже изложено для цикла Карно, - это горизонтали - линии температур и вертикали - на этой же диаграмме - линии адиабатного процесса, т.е. процесса без подвода или отвода тепла, где  $dq=0$  ( $q=0$ ).

Дополним, что линии удельного объема и линии давления представляют на тепловой диаграмме логарифмические кривые (см. уравнения), рисунок 1.15.

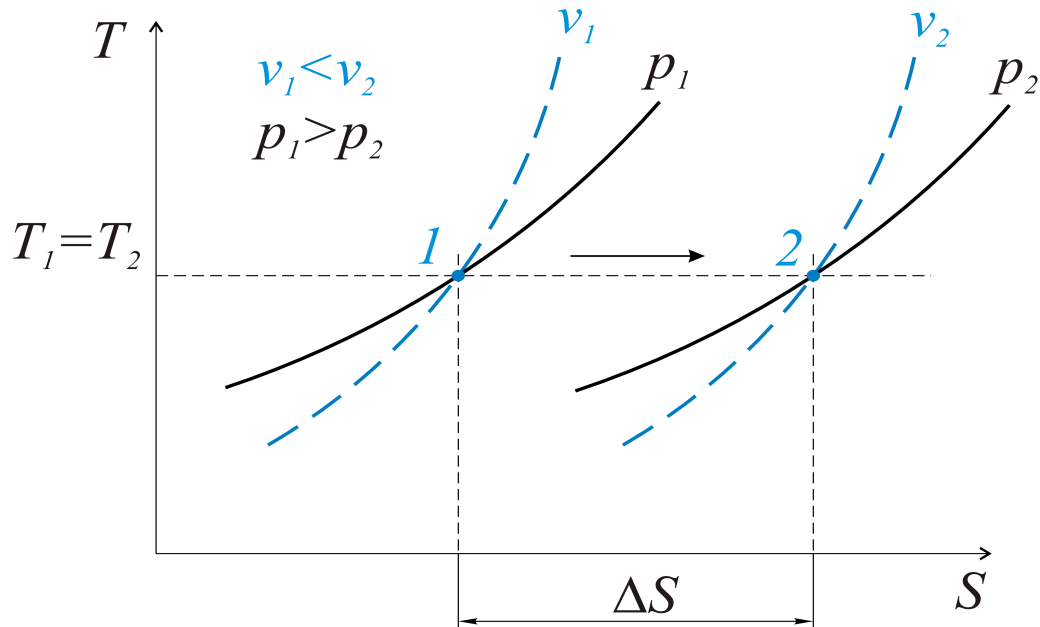


Рис. 1.15. Логарифмические линии большего объема расположены вправо, большего давления – влево

Взаимное расположение линий, т.е. увеличение или уменьшение объема или давления, показать несложно.

В самом деле, при постоянной температуре  $T_1$  из уравнения

$$\Delta S = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} = C_v \ln 1 + R \ln \frac{v_2}{v_1} = R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

следует, что увеличение энтропии, со знаком плюс, возможно только при увеличении объема, когда  $\ln \frac{v_2}{v_1} > 0$ , или  $\frac{v_2}{v_1} > 1$ .

При обращении к  $TS$ - диаграмме это означает лишь одно: линии большего объема расположены вправо.

Расширение вещества (рабочего тела) сопровождается всегда снижением давления, т.е.  $p_2 < p_1$ .

О взаимном расположении логарифмических кривых - линий давления и удельного объема можно судить по рисунку 1.16.

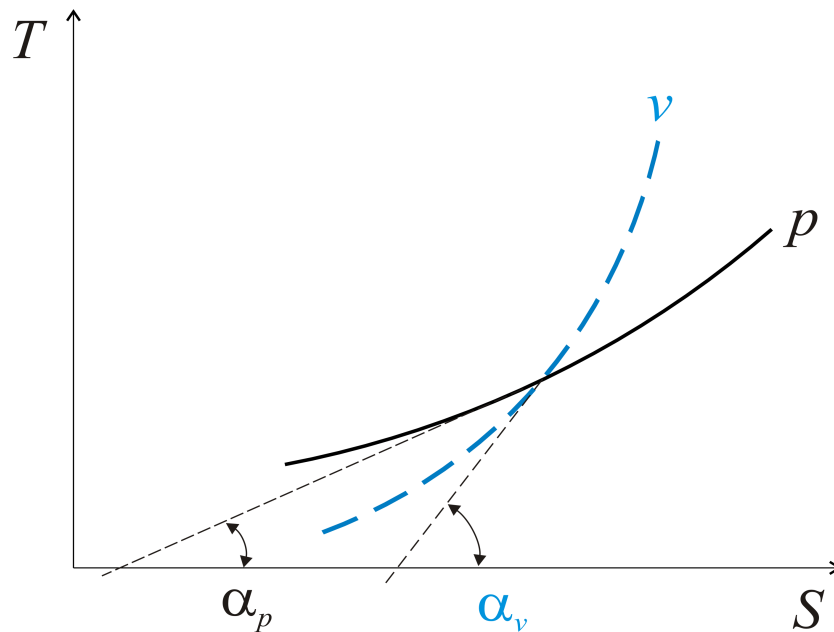


Рис. 1.16. Линии удельного объема располагаются круче линий давления

Проводим касательные в точке пересечений идеального объема и давления. Используя дифференциальные связи

$$\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_p = \frac{T}{C_p},$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_v = \frac{T}{C_v},$$

где  $C_p > C_v$ , заметим, что  $\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_p < \left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_v$ , т.е.  $\text{tg } \alpha_p < \text{tg } \alpha_v$  или  $\alpha_p < \alpha_v$ .

## 1.9. РАСЧЕТ ПРОЦЕССОВ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

*Процессом* называется совокупность состояний, через которые проходит рабочее тело (вещество) при переходе из одного состояния в другое.

Процесс можно считать определенным однозначно, если для него заданы два параметра в начальном состоянии (третий и пр. определяются из уравнений термодинамики), характер процесса и один из конечных параметров.

Задачей расчета является определение всех параметров в начальной и конечной точках процесса (это, прежде всего, температура, давление, удельный объем), а также вычисление энергетических величин в этом процессе - тепла, работы расширения и внешней работы процесса. Если требуется, можно определить для заданного процесса изменение энтропии, энтальпии, внутренней энергии рабочего вещества и т.д. Общая методика расчета любого

процесса состоит в применении основных законов термодинамики - первого и второго, а также простейших формул, например, для тепла

$$dq = CdT, \text{ или } q = \int_{T_1}^{T_2} CdT,$$

где  $C$  - теплоемкость соответствующего процесса.

### 1.9.1. ИЗОБАРНЫЙ ПРОЦЕСС

*Изобарный процесс* - это процесс рабочего вещества, происходящий при постоянном (одинаковом в процессе) давлении.

Одинаковость какого - либо параметра обозначим далее таким образом:

$$p = idem \text{ (idem - одно и то же).}$$

Изобарный процесс показан на рис. 1.17 и 1.18, в рабочей  $pV$  и тепловой  $TS$  - диаграммах.

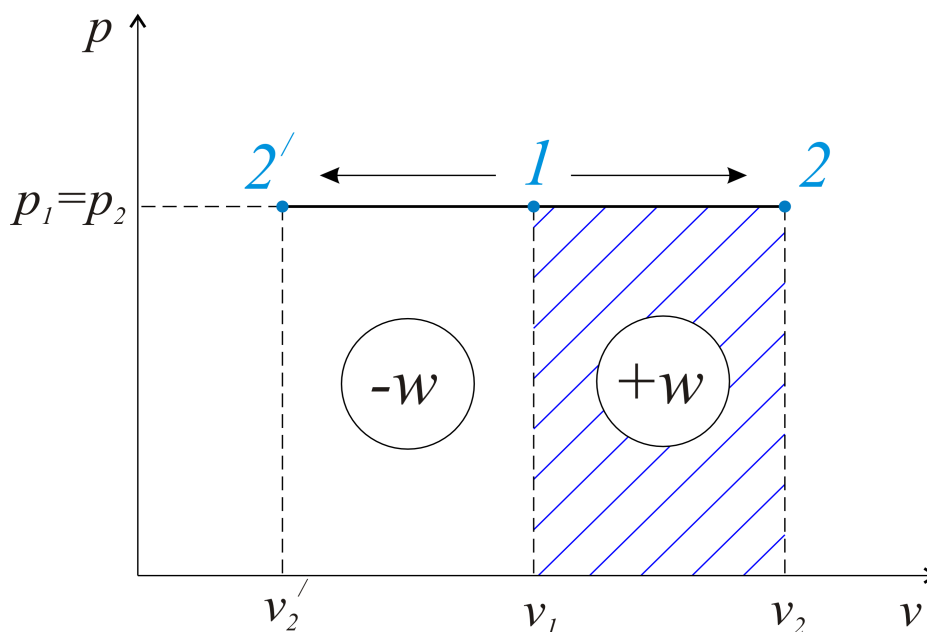


Рис. 1.17. Работа получается только при расширении газа (1-2), затрачивается - при сжатии (1-2')

Рассчитаем в общем виде процесс 1 - 2. Зададим начальные параметры  $p_1, V_1$ , конечный объем  $V_2$  и характер процесса -  $p = idem$ . Определим общие характеристики процесса.

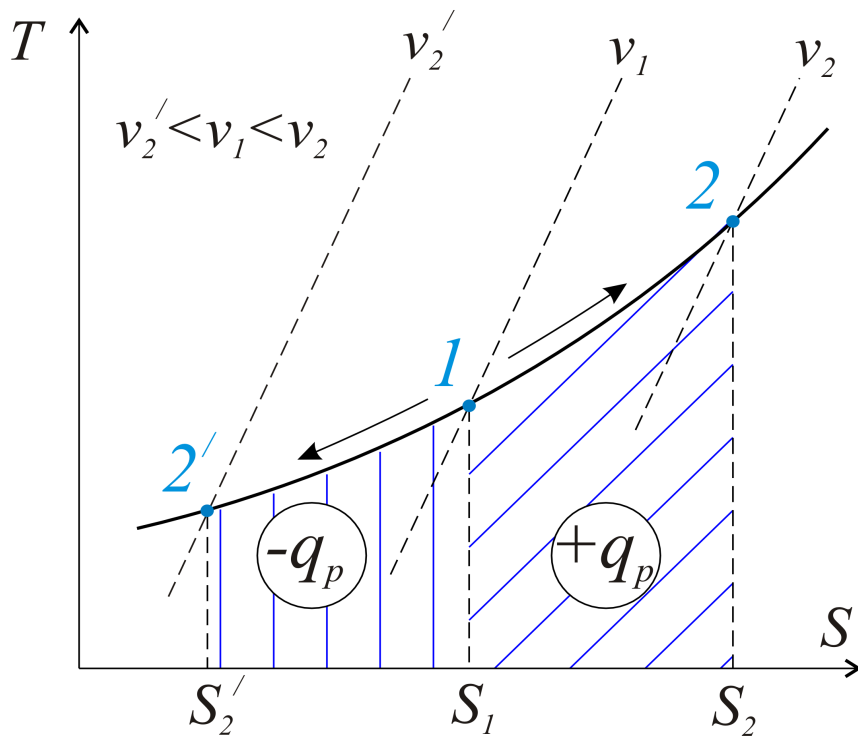


Рис. 1.18. В процессе расширения газа 1 – 2 тепло подводится; при сжатии, в процессе 1 - 2', - отводится

В состоянии 1 из уравнения

$$p_1 v_1 = RT_1$$

определим абсолютную температуру

$$T_1 = \frac{p_1 v_1}{R}.$$

Из равенства

$$\frac{p_1 v_1}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{T_2} = R$$

(это уравнение состояния) при  $p_1 = p_2$  следует, что  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2}$ , откуда

$$T_2 = v_2 \frac{T_1}{v_1}.$$

Внешняя работа процесса в изобарном процессе



$$l = - \int_{p_1}^{p_2} v dp = 0.$$

При  $l=0$  из первого закона термодинамики тепло процесса

$$q = i_2 - i_1 + l = i_2 - i_1,$$

или, что одно и то же,

$$q = C_p (T_2 - T_1).$$

Работа расширения

$$w = \int_{v_1}^{v_2} p dv = p(v_2 - v_1) = R(T_2 - T_1).$$

В последнем уравнении при интервале температур  $\Delta T = T_2 - T_1 = 1^\circ K$  работа и газовая постоянная одинаковы по величине, т.е. газовая постоянная  $R$  равна работе расширения одного килограмма идеального газа при изменении его температуры на один градус.

### 1.9.2. ИЗОХОРНЫЙ ПРОЦЕСС

*Изохорный процесс* происходит при постоянном объеме  $v = idem$ , как это показано на рисунках 1.19 и 1.20,  $p$ - $v$ - и  $T$ - $S$  – диаграммах.

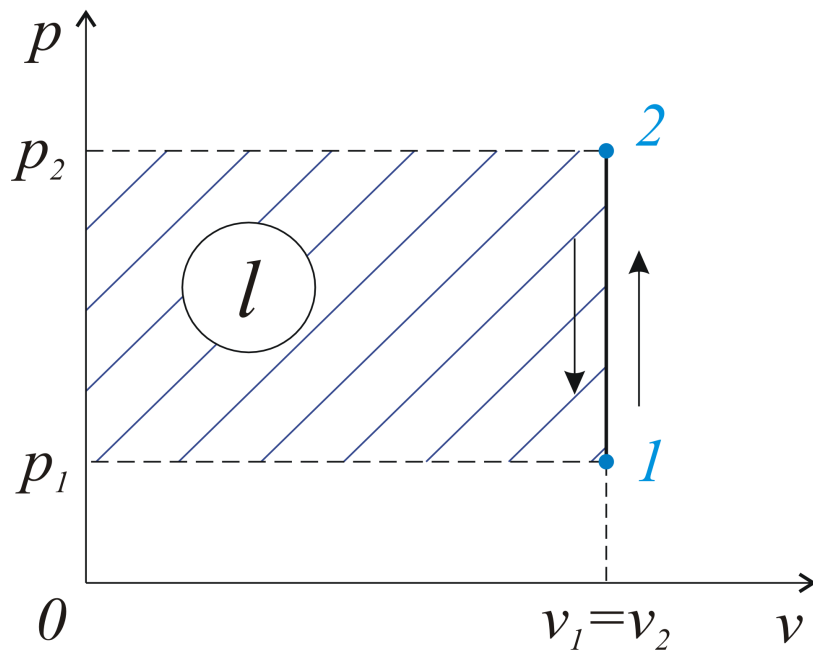


Рис. 1.19. При постоянном объеме давление может повышаться или снижаться только за счет подвода 1 - 2 или отвода 2 - 1 тепла

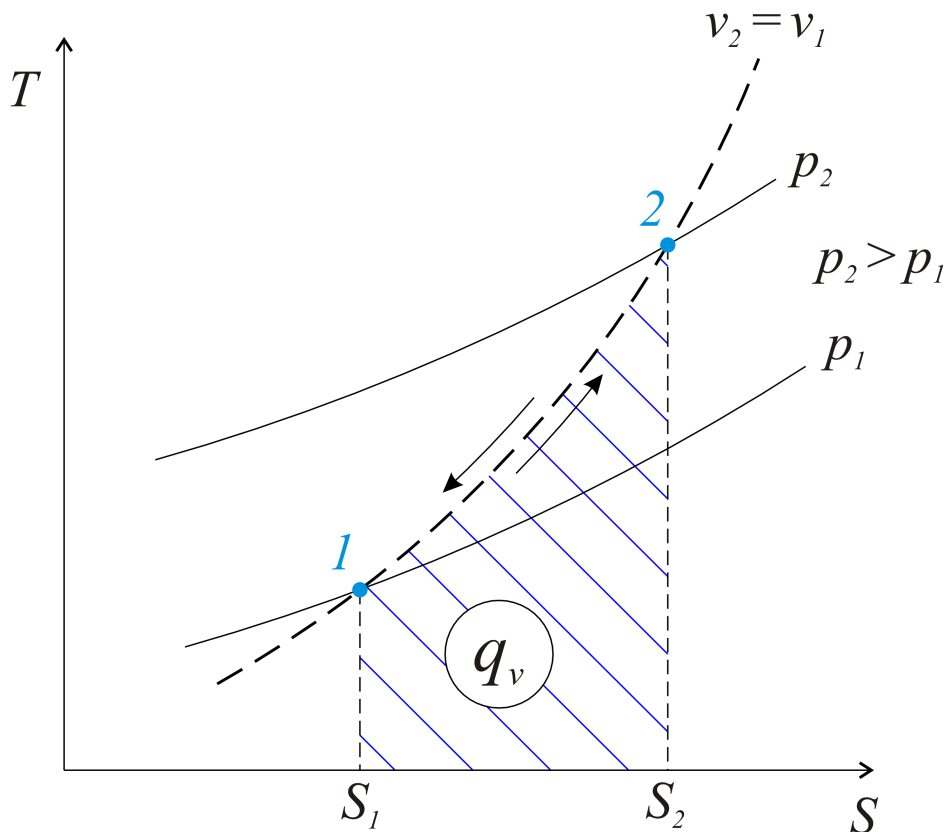


Рис.1.20. В этой диаграмме площадь под линией процесса показывает тепло подведенное, в процессе 1-2, или отведенное, в процессе 2-1

Для изохорного процесса отношение давлений пропорционально отношению абсолютных температур:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Тепло, при работе расширения, равной нулю, определяется из первого закона термодинамики:

$$q = u_2 - u_1 + dw = u_2 - u_1 + pdv = u_2 - u_1,$$

или, с использованием теплоемкости изохорного процесса,

$$q = C_v(T_2 - T_1).$$

### 1.9.3. ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС

*Изотермический процесс* - это процесс, происходящий при постоянной температуре ( $T = idem$ ), когда  $pv = RT = idem$ , т.е. для начального и конечного состояний справедливо равенство  $p_1v_1 = p_2v_2$ . По сути, это уравнение Бойля - Мариотта, известное из курса физики, где

$pv=idem$  - уравнение гиперболы. Покажем, без всякого масштаба, качественное изображение изотермического процесса в тех же самых диаграммах: рабочей - это  $pv$  - диаграмма, и в тепловой - это  $TS$  - диаграмма, рисунки 1.21 и 1.22.

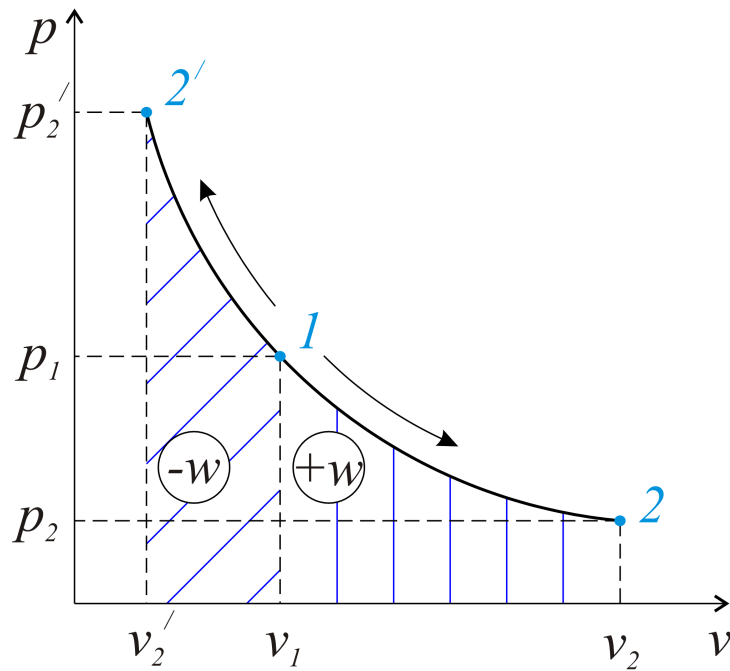


Рис.1.21. Уравнение изотермы  $pv=idem$  показывает, что в данных координатах изотерма представляет гиперболу

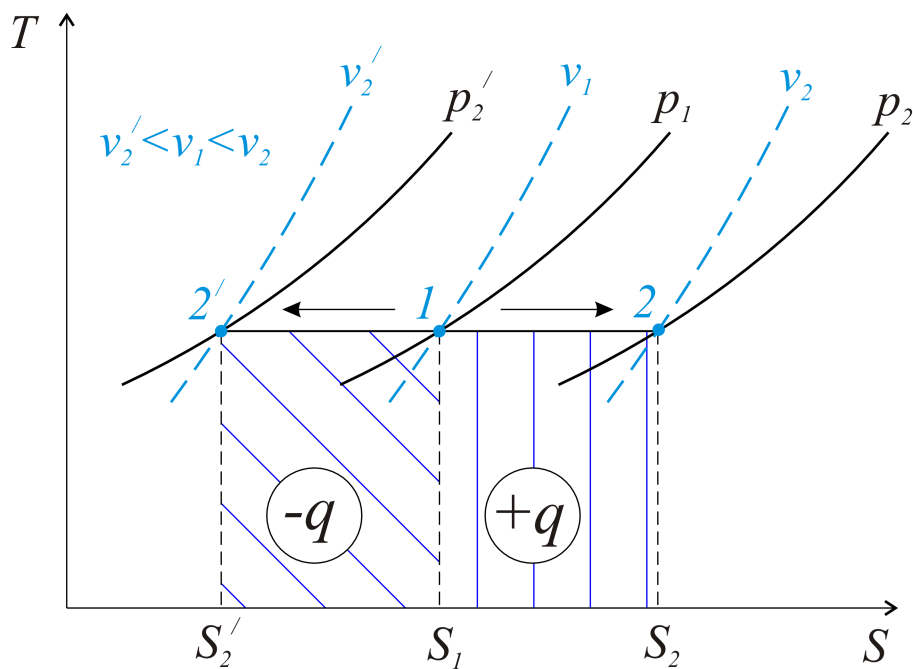


Рис.1.22. В изотермическом процессе расширения 1-2 тепло должно подводиться. При сжатии, это процесс 1-2', тепло отводится

Используя записи первого закона термодинамики через внутреннюю энергию и энтальпию, с учетом того, что  $\Delta T = 0$ , получаем:

$$q = \Delta u + w = C_v \cdot \Delta T + w = w,$$
$$q = \Delta i + l = C_p \cdot \Delta T + l = l,$$

или, как результат, тепло в изотермическом процессе

$$q = w = l,$$

т.е. все три величины численно одинаковы. Можно предложить и такое толкование для данного процесса: все тепло, например, подводимое, должно превращаться в работу расширения, т.к. только в этом случае температура рабочего вещества является постоянной. Однако формула равенства тепла, работы расширения и внешней работы не является расчетной - невозможно по этой формуле рассчитать какую - либо из названных величин. Решение состоит в применении второго закона термодинамики.

Для элементарного процесса

$$dq = TdS,$$

для конечного

$$q = \int_{S_1}^{S_2} TdS,$$

а при постоянной температуре

$$q = T \cdot \Delta S = T(S_2 - S_1).$$

Можно использовать ранее записанную формулу для расчета изменения энтропии,

$$\Delta S = R \ln \frac{v_2}{v_1} + C_v \ln \frac{T_2}{T_1},$$

из которой, при одинаковости температуры в начале и конце изотермического процесса, когда

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \ln 1 = 0,$$

изменение энтропии

$$\Delta S = R \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}.$$

Тогда тепло в изотермическом процессе

$$q = T \cdot \Delta S = R T \ln \frac{v_2}{v_1} = R T \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Вообще говоря, это редкий случай, когда площади в рабочей  $pV$ -диаграмме, рисунок 1.23, заштрихованные горизонтально (внешняя работа  $l$ ) и вертикально (работа расширения  $w$ ), равны количеству подводимого или отводимого в изотермическом процессе тепла, т.е.  $q = w = l$ .

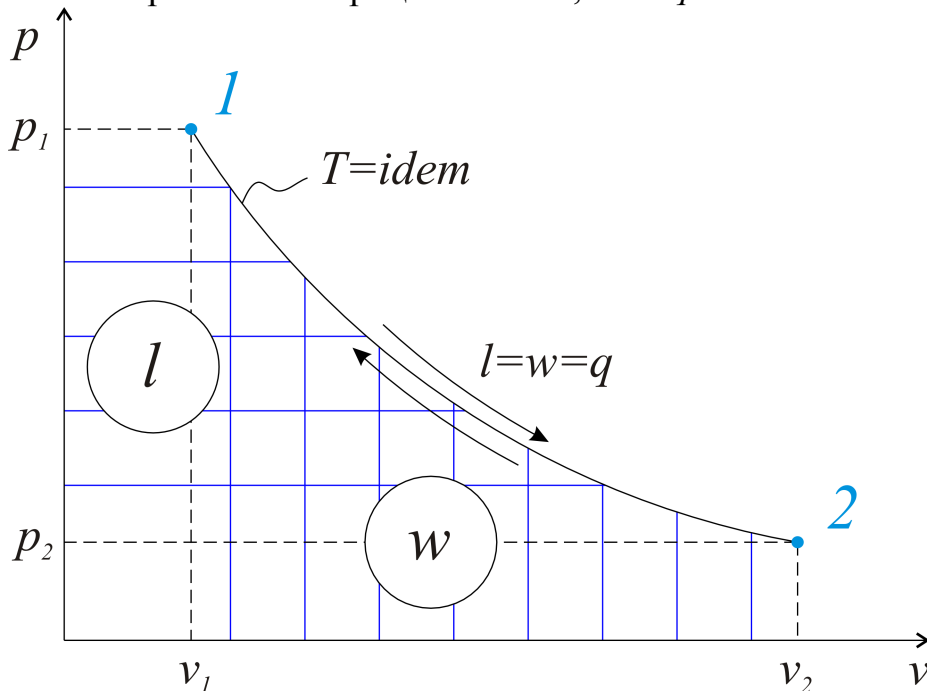


Рис. 1.23. Тепло, внешняя работа и работа расширения вещества в изотермическом процессе одинаковы по величине

#### 1.9.4. АДИАБАТНЫЙ ПРОЦЕСС

*Адиабатным* считается процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой, т.е. в этом случае  $dq=0$  или  $q=0$  (последнее – для конечного процесса).

Практически адиабатным процессом можно считать процесс, протекающий достаточно быстро, за доли секунды, как это имеет место, например, при расширении продуктов сгорания в карбюраторных или дизельных двигателях.

Из второго закона термодинамики

$$dq = TdS$$

следует, что при  $dq=0$  и  $dS=0$ , или  $S=const$ . Поэтому адиабатный процесс называется *изоэнтропийным*. Проще всего, используя это замечание, показать адиабатный процесс в  $TS$ -диаграмме, рисунок 1.24.

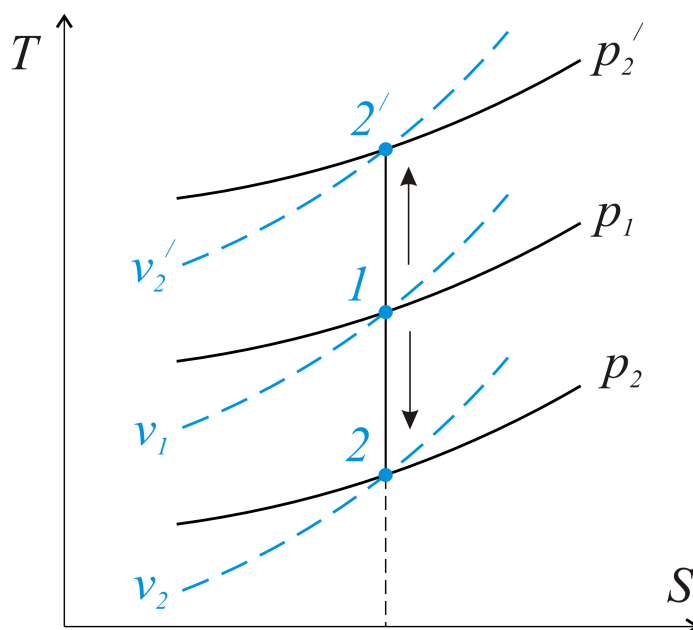


Рис. 1.24. Адиабатный процесс может происходить при расширении 1-2 или сжатии 1-2'.  
Основное условие при этом - постоянное значение энтропии

Из первого закона термодинамики, при условии, что тепло  $q=0$ , получим:

$$q = \Delta u + w = -\Delta u = -C_v(T_2 - T_1),$$

$$q = \Delta i + l = -\Delta i = -C_p(T_2 - T_1).$$

Очевидно, для расчета процесса следует определить параметры в начальном и конечном состояниях. Это, прежде всего, температура, давление и удельный объем. Получим формулы взаимосвязи указанных параметров.

Первый закон термодинамики для элементарного процесса запишем так:

$$dq = du + dw = du + pdv = C_v dT + pdv.$$

Из уравнения состояния  $pv = RT$ , при его дифференцировании,

$$pdv + vdp = RdT,$$

дифференциал температуры

$$dT = \frac{pdv + vdp}{R}.$$

Возвращаясь к последнему уравнению, запишем ( $dq=0$ ), что

$$\frac{C_v}{R}(pdv + vdp) + pdv = 0.$$

Используем уравнение Майера  $C_p - C_v = R$  и отношение теплоемкостей  $\frac{C_p}{C_v} = k$ , чтобы заменить

$$\frac{C_v}{R} = \frac{C_v}{C_p - C_v} = \frac{C_v}{\frac{C_p}{C_v} - 1} = \frac{1}{k - 1}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{1}{k-1}(pdv + vdp) + pdv &= 0, \\ pdv + vdp + (k-1)pdv &= 0, \\ pdv + vdp + k \cdot pdv - pdv &= 0, \end{aligned}$$

или, при разделении переменных,

$$\frac{dp}{p} = -k \frac{dv}{v}.$$

Интегрируя для конечного процесса,

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = - \int_{v_1}^{v_2} k \frac{dv}{v},$$

получим вначале, что

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = k \ln \frac{v_1}{v_2},$$

или

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^k.$$

Обычно последнее равенство записывается в виде  $p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$  и называется *уравнением адиабатного процесса* (иногда - *уравнением Пуассона*). Полезно установить взаимосвязи между параметрами состояния  $p, v, T$ .

При умножении обеих частей последнего уравнения на  $v_1/v_2$  имеем следующее:

$$\frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^k \cdot \frac{v_2}{v_1},$$
$$\frac{p_2 v_2}{p_1 v_2} = \frac{RT_2}{RT_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1},$$

или  $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}.$

Можно считать, для каждого из состояний в адиабатном процессе

$$Tv^{k-1} = idem.$$

Наконец, преобразуя уравнение адиабаты в виде

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}},$$

можно получить, что

$$\frac{p_1 v_1}{p_2 v_2} = \frac{RT_1}{RT_2} = \frac{T_1}{T_2},$$

а далее

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1-\frac{1}{k}} = \frac{T_1}{T_2},$$

или, что то же самое,

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_1}{T_2},$$

т.е. отношение давлений равно отношению однозначных температур (с учетом полученной степенной зависимости).

Определим работу расширения в адиабатном процессе. Используем записанные ранее соотношения и уравнение состояния идеального газа.



$$w = -\Delta u = u_1 - u_2 = C_v(T_1 - T_2) = C_v T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right).$$

Из уравнения состояния  $T_1 = \frac{p_1 v_1}{R}$ , тогда

$$w = \frac{C_v \cdot p_1 v_1}{R} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{RT_1}{k-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \Rightarrow$$

$$w = \frac{RT_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right] = \frac{RT_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}\right].$$

Заметим, что работу расширения адиабатного процесса можно считать по любой из промежуточных формул - эти формулы определяют работу в расчете на один килограмм рабочего вещества, т.е.  $[w] = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}\right]$ .

Для внешней работы адиабатного процесса  $l = -\Delta i = C_p(T_1 - T_2)$  вывода формулы не требуется, т.к.  $C_p = k \cdot C_v$  и тогда  $l = k \cdot w$ . Поскольку  $k > 1$ , то  $l > w$ .

В рабочей  $p-v$  - диаграмме адиабатный процесс можно показать в сравнении с изотермическим, рисунок 1.25.

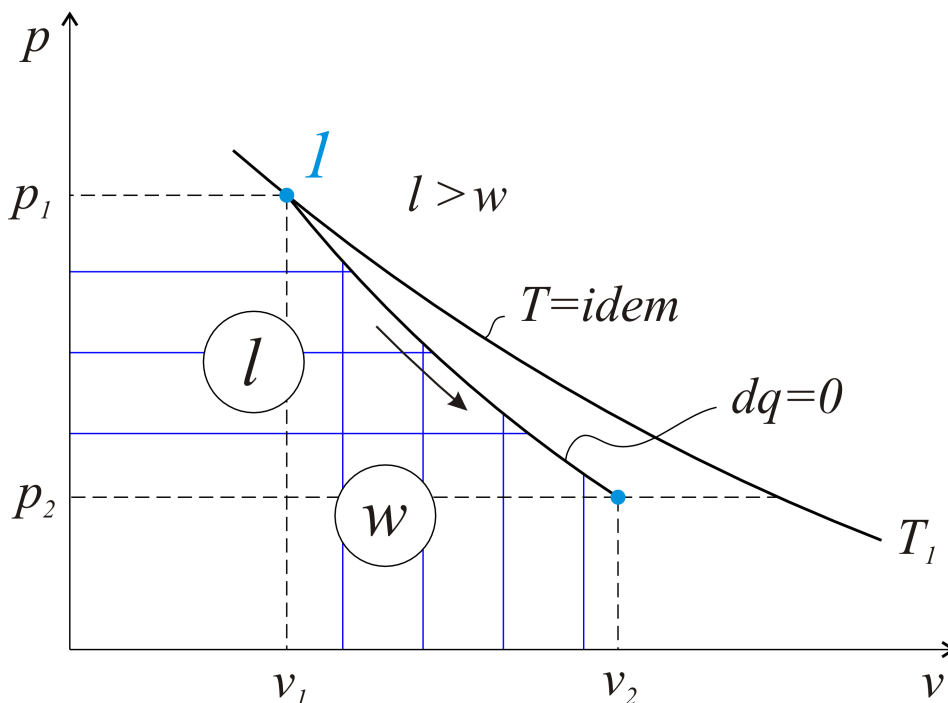


Рис. 1.25. В адиабатном процессе давление при расширении газа падает быстрее, чем в изотермическом (в изотермическом процессе тепло подводится)

### 1.9.5. ПОЛИТРОПНЫЙ ПРОЦЕСС

*Политропным* является процесс, в котором параметры удовлетворяют уравнению

$$pv^n = idem,$$

или, в конечном процессе,

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n.$$

При этом  $n$ , называемый показателем политропы, может принимать любые конкретные значения ( $-\infty < n < +\infty$ ).

Понятие политропных процессов используется при изучении сжатия и расширения рабочего вещества в газовых двигателях, каковыми являются и поршневые двигатели внутреннего сгорания. Важнейшие на практике политропные процессы располагаются обычно в интервале показателя политропы от единицы до показателя адиабаты, т.е.  $1 < n < k$ , или при значении  $n > k$ , когда это увеличение незначительно.

Аналогия уравнений политропы  $pv^n = idem$  и адиабаты  $pv^k = idem$  позволяет записать следующие соотношения:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n, \quad \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_2}{T_1}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}.$$

То же для работы расширения:

$$w = \int_{v_1}^{v_2} p dv = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[ 1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \right] = \frac{RT_1}{n-1} \left[ 1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} \right].$$

При этом внешняя работа  $l = n \cdot w$ .

Расчетную формулу для тепла получим в общем виде, используя первый закон термодинамики

$$q = u_2 - u_1 + w = C_v(T_2 - T_1) + w.$$

Для работы принимаем соотношение

$$w = \frac{R}{n-1}(T_1 - T_2)$$

и продолжаем вывод, когда тепло

$$q = \left( C_v - \frac{R}{n-1} \right) (T_2 - T_1).$$

Подставляя  $R = C_p - C_v$  и  $\frac{C_p}{C_v} = k$ , запишем тепло таким образом:

$$q = \left( \frac{C_v \cdot n - C_v - C_p + C_v}{n-1} \right) \cdot (T_2 - T_1) = C_v \frac{n-k}{n-1} (T_2 - T_1).$$

По физическому содержанию сомножитель  $C_v \frac{n-k}{n-1} = C_n$  представляет теплоемкость политропного процесса.

Слово «политропный» можно перевести так: поли - много, тропос - след, т.е. процесс, который может идти разными путями, с различными изображениями в термодинамических диаграммах.

Покажем далее, что политропный процесс является наиболее общим для идеального газа, а все описанные ранее процессы являются частными вариантами политропного.

Подставляя в уравнение политропы  $pv^n = idem$  конкретные значения показателя  $n$ , получим следующее:

1. При  $n=0$ ,  $pv^0 = idem$ , или  $p = idem$ , процесс изобарный.
2. При  $n=1$ ,  $pv^1 = idem$ ,  $p_1 v_1 = p_2 v_2$ ,  $T = idem$ , процесс изотермический.
3. При  $n=k$ ,  $pv^k = idem$ , ( $q=0$ ), процесс адиабатный.
4. При  $n=\infty$ ,  $pv^\infty = idem$ ,  $v = idem$ , процесс изохорный.

Отметим, что для конкретного политропного процесса показатель  $n$  можно всегда определить, зная начальные и конечные параметры процесса, когда

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n,$$

откуда

$$n = \frac{\ln \frac{p_1}{p_2}}{\ln \frac{v_2}{v_1}}.$$

Перечисленные четыре классических процесса показаны на рисунке 1.26.

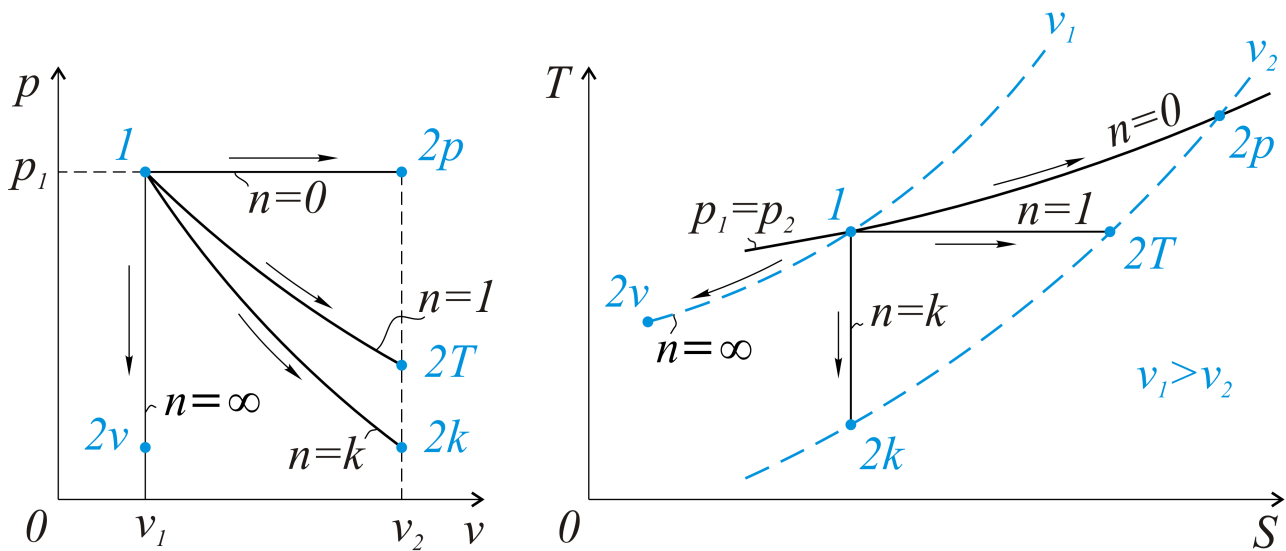


Рис. 1.26. В рабочей  $p-v$  - диаграмме и тепловой ( $TS$ ) линии процессов изображаются, конечно, по-разному. Однако последовательность расположения линий, от  $n=0$  до  $n=\infty$ , является совершенно однозначной

Приведем дополнительно такой пример - процесс сжатия воздуха при  $n=1,2$ , рисунок 1.27, от давления  $p_1$  до  $p_2$ .

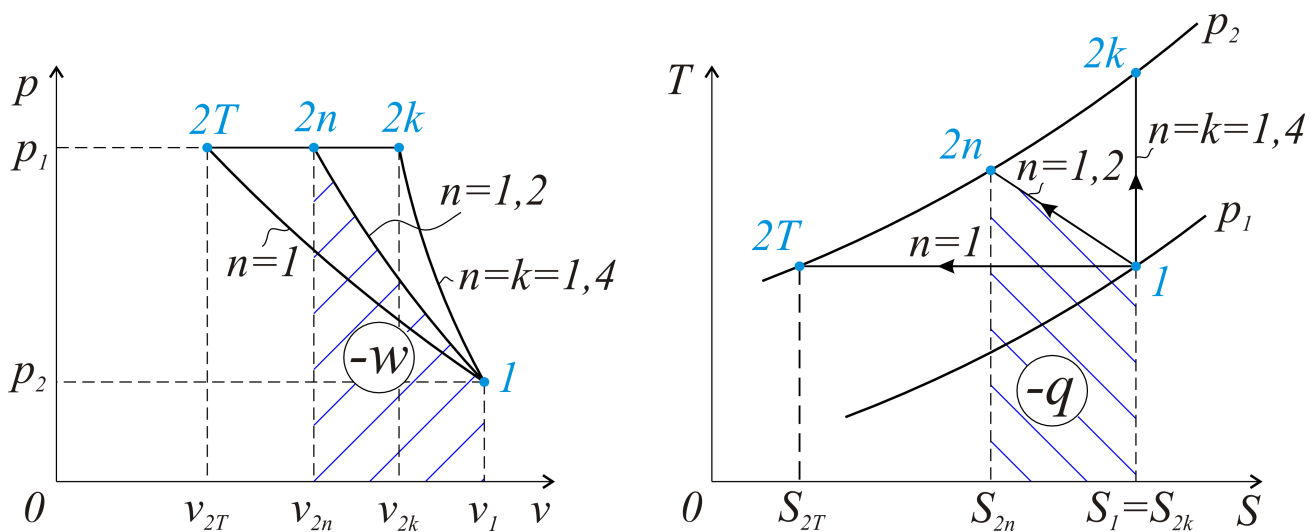


Рис. 1.27. Процесс политропного сжатия при  $n=1,2$  ( $1 < n < k=1,4$  для воздуха) проще показать в сравнении, например, с изотермическим и адиабатным процессами. Площадь в рабочей диаграмме - это работа сжатия, площадь под линией процесса в тепловой диаграмме - это отведенное тепло

## 1.10. ПРОЦЕССЫ КОМПРЕССОРОВ

*Компрессорами* являются машины, предназначенные для получения сжатого воздуха или любого другого газа. По принципу действия компрессоры можно разделить на два вида - статические (поршневые) и динамические (типа центробежных или осевых). Для всех типов компрессоров характерны одни и те

же процессы: нужно газом заполнить рабочий объем машины, затем этот газ сжать до необходимого давления и при этом давлении газ подать, например, в ресивер (накопитель газа высокого давления). В  $p-v$  - координатах процесс  $1-2$  - это процесс сжатия,  $4-1$  - заполнение рабочего объема компрессора,  $2-3$  - выталкивание сжатого газа, рисунок 1.28.

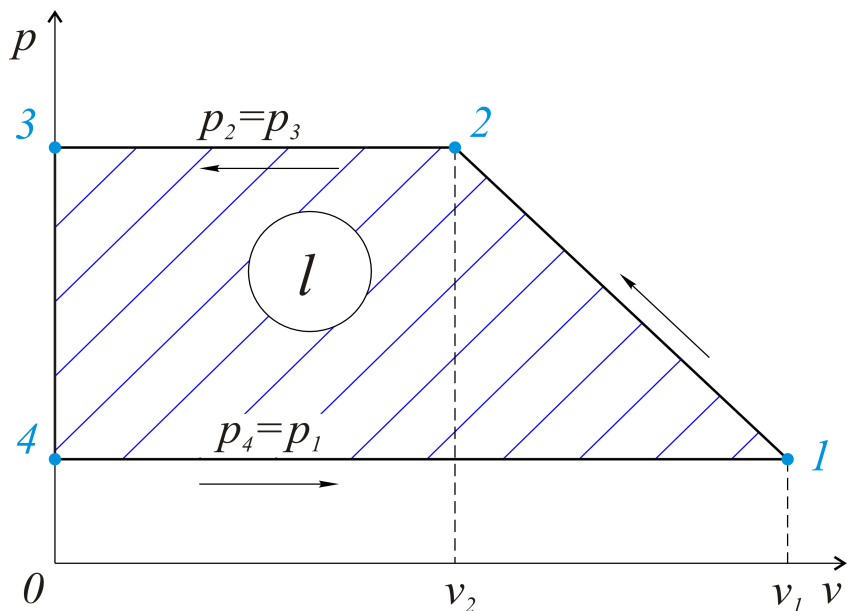


Рис. 1.28. Работа, затрачиваемая на привод компрессора, определяется площадью 4-1-2-3 и равна внешней работе

В более общем виде процессы сжатия газа в компрессоре могут быть обозначены как изотермический  $1-2T$ , адиабатный  $1-2k$  или политропный  $1-2n$ , рисунок 1.29.

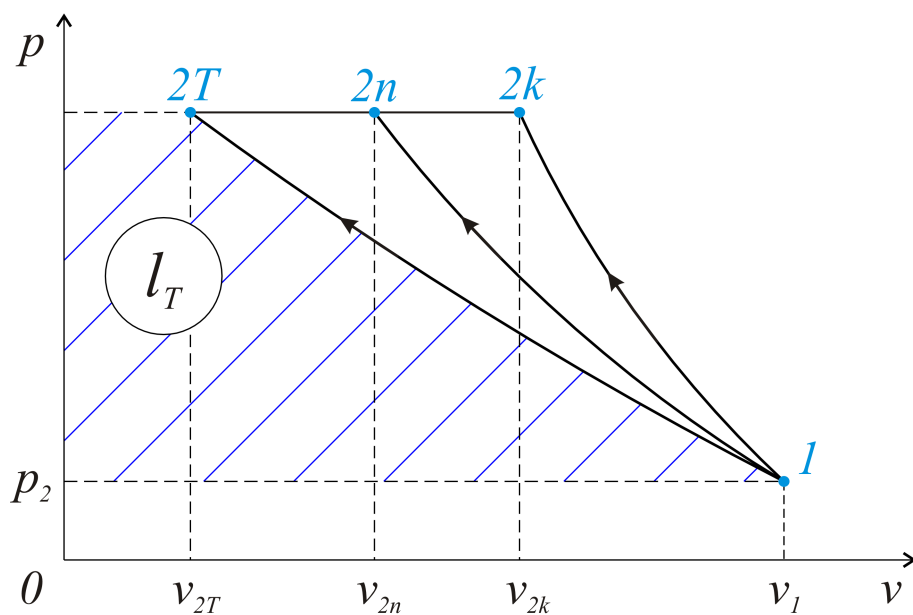


Рис.1.29. Внешняя работа сжатия газа (это работа компрессора) уменьшается от адиабатного процесса  $1-2k$  к политропному  $1-2n$  и до изотермического  $1-2T$

Работа, затрачиваемая при сжатии, может быть определена по тем же формулам, что изложены ранее для классических процессов.

Для изотермического процесса

$$l_T = \int_{p_1}^{p_2} v dp = RT \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} = RT \cdot \ln \frac{v_1}{v_2},$$

для адиабатного

$$l_k = \frac{k}{k-1} RT_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right],$$

для политропного

$$l_n = \frac{n}{n-1} RT_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right].$$

Если известна производительность компрессора, т.е. количество сжимаемого газа в единицу времени,  $M$  ( $кг/с$ ), то теоретическая мощность, затрачиваемая на привод компрессора, определится как

$$N_T = l_i \cdot M,$$

где  $l_i$  - это работа, в  $\frac{Дж}{кг}$  или  $\frac{кДж}{кг}$ , в любом из названных выше процессов.

С учетом коэффициента полезного действия реальная мощность немного больше, т.е.

$$N_g = \frac{N_T}{\eta},$$

где  $\eta$  - КПД компрессора.

Рассмотрим процессы сжатия газа с тепловой точки зрения, используя  $TS$  - диаграмму, рисунок 1.30.

Диаграмма доказывает одно неоспоримое положение - при сжатии газа следует использовать охлаждение компрессора (и самого газа) с целью уменьшения работы на сжатие, а в итоге - и мощности на привод компрессора.

Для получения газа высокого давления применяются многоступенчатые компрессоры, когда, например, из первого цилиндра газ поступает во второй, где при его сжатии давление еще увеличивается, затем в третий и т.д.

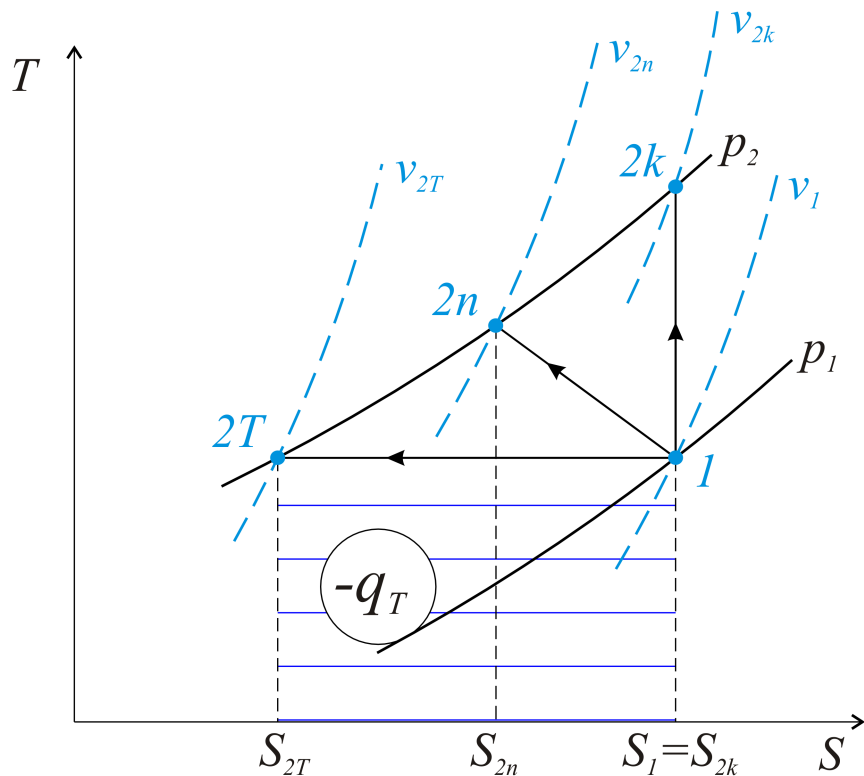


Рис. 1.30. Те же процессы сжатия газа:  $1-2T$  - изотермический,  $1-2n$  - политропный,  $1-2k$  - адиабатный. В последнем  $q=0$ , а в двух других тепло отводится (энтропия уменьшается)

Между рабочими цилиндрами практически всегда в конструкции компрессора устанавливаются холодильники (теплообменники) для отвода тепла сжимаемого газа.

В технической термодинамике давно доказано, что степень повышения давления (т.е. во сколько раз) в каждой ступени должна быть одинаковой - это оптимальный вариант.

Например, если в первом цилиндре на выходе давление пять атмосфер, то на выходе из второго это уже 25, из третьего - 125 и т.д. Обозначая степень повышения давления для каждой ступени (имеется в виду поршневой компрессор) как отношение давлений на выходе и на входе,

$$\varepsilon_i = \frac{p_2}{p_1}$$

Запишем, что для числа ступеней  $z$  многоступенчатого компрессора степень повышения давления в каждой отдельной ступени

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \dots = \varepsilon_i = \sqrt[z]{\varepsilon},$$

где  $\varepsilon = p_2/p_1$ , характеризует общее требуемое повышение давления, от  $p_1$  до  $p_2$ .

Приводим, далее, пример расчета многоступенчатого компрессора.

**Пример 4.** Начальная температура воздуха на входе в компрессор  $t_k = t_1 = 27^\circ\text{C}$ . Требуемое давление на выходе  $p_2 = 15 \text{ МПа}$  (т.е. около 150 бар или атмосфер).

Производительность компрессора  $M = 0,2 \text{ кг/с}$ .

Сжатие происходит по политропе с показателем  $n = 1,27$ .

Давление воздуха на входе атмосферное, т.е.  $p_1 = 0,1 \text{ МПа}$ .

Определить число ступеней, степень повышения в каждой из них, отводимое в каждой ступени количество тепла и мощность, затрачиваемую на привод компрессора.

Учтем еще одно условие – повышение температуры в каждой ступени не должно превышать  $\Delta t = 165^\circ\text{C}$ .

Решение задачи. Определим вначале параметры для одноступенчатого компрессора при  $n = 1,27$ .

При давлениях  $p_1 = 0,1 \text{ МПа}$  и  $p_2 = 15 \text{ МПа}$  конечная температура сжатия составила бы величину

$$T_2 = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = 300 \left( \frac{15}{0,1} \right)^{\frac{1,27-1}{1,27}} = 873^\circ\text{K},$$

или  $600^\circ\text{C}$  (в расчете принято -  $T_1 = 27 + 273 = 300^\circ\text{K}$ ).

При общем повышении температур от  $27$  до  $600^\circ\text{C}$ , т.е.  $\Delta t = 573^\circ\text{C}$ , требуемое число ступеней, чтобы изменение температур в каждой из них не превышало бы  $\Delta t = 165^\circ\text{C}$ , определим ориентировочно, как

$$z = \frac{573}{165} = 3,48.$$

Примем четырехступенчатый компрессор с одинаковой степенью повышения давления в каждой его ступени:

$$\varepsilon_i = \sqrt[z]{\frac{p_2}{p_1}} = \sqrt[4]{\frac{15}{0,1}} = 3,50.$$

Поскольку за каждым цилиндром поршневого компрессора располагается теплообменник (холодильник), охлаждающий сжимаемый воздух, схема многоступенчатого компрессора представляется довольно громоздкой, рисунок 1.31.



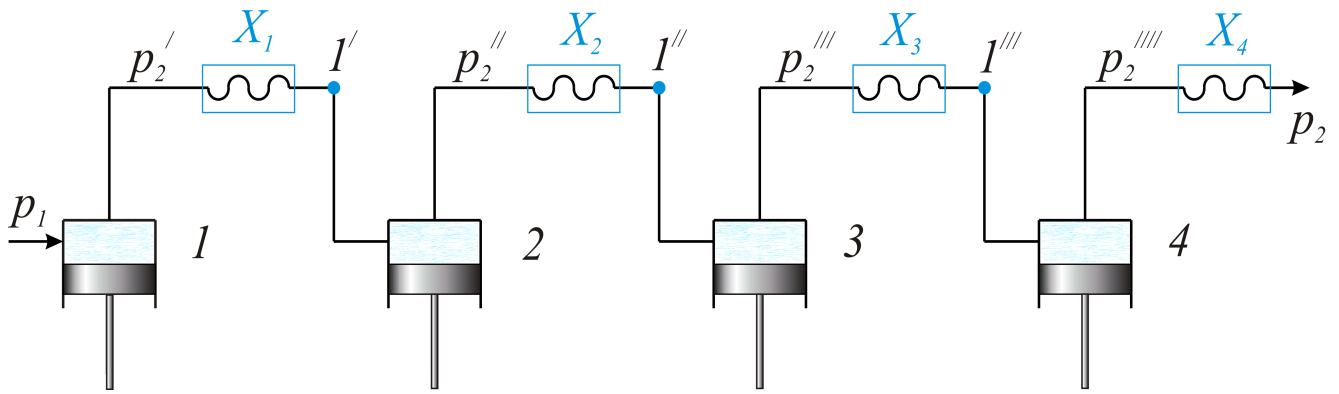


Рис.1.31. На этом рисунке 1, 2, 3, 4 - цилиндры сжатия компрессора, между которыми располагаются теплообменники (холодильники x 1, 2, 3, 4)

Обозначения давлений соответствуют следующим ниже диаграммам -  $p-v$  и  $T-S$ . Процессы сжатия для четырехступенчатого компрессора показаны на рис. 1.32 и 1.33.

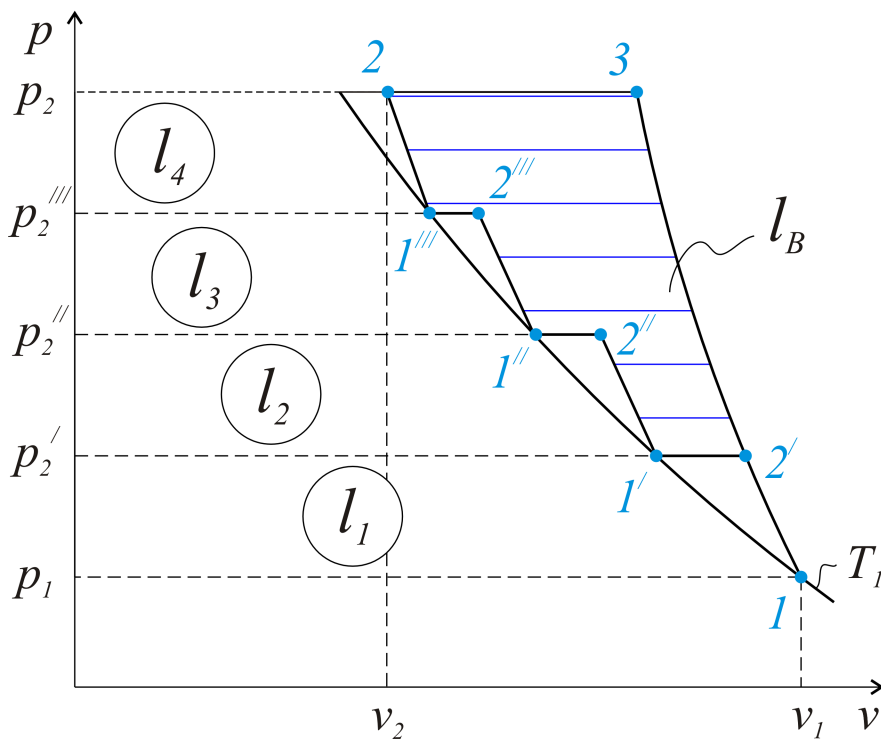


Рис. 1.32. Для каждой ступени - степень повышения давления одинакова. Работа в каждой ступени  $l_1=l_2=l_3=l_4$  также одинакова. Внешняя работа  $l_B$  - это выигрыш в работе по сравнению с одноступенчатым сжатием (1-3)

Для каждой ступени сжатия

$$\varepsilon = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_2''}{p_2'} = \frac{p_2''''}{p_2'''} = \frac{p_2}{p_2''''}$$

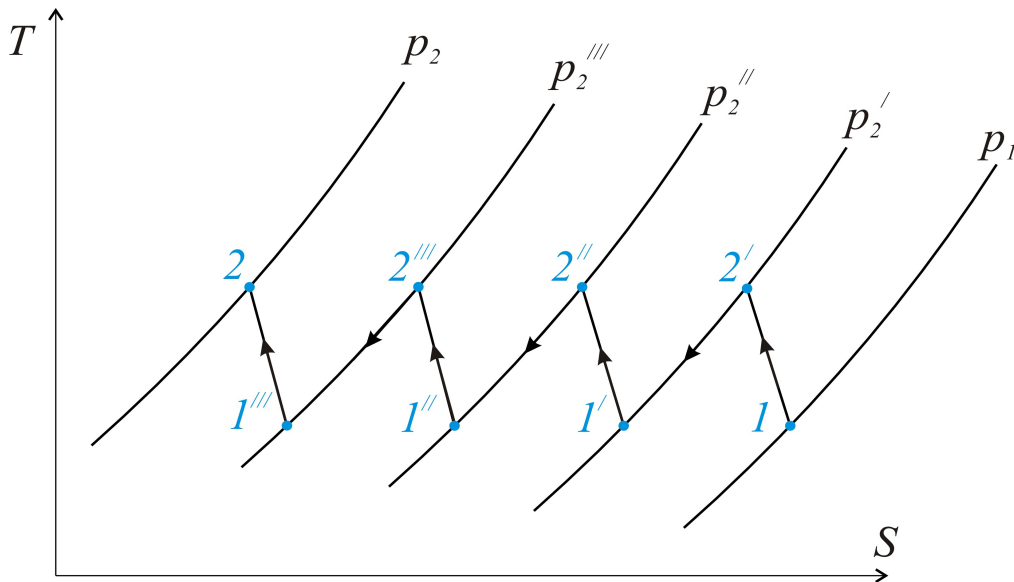


Рис. 1.33. Сжатие в каждой из ступеней - это процессы 1-2, охлаждение газа между степенями - это изобарные процессы 2-1

Давление на выходе из первой ступени  $p_2 = p_1 \cdot \varepsilon = 0,1 \cdot 3,5 = 0,35 \text{ МПа}$ .

Газовую постоянную для воздуха примем равной  $R = 286 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} = 0,286 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ .

Определим работу в первой ступени сжатия

$$l_1 = \frac{n}{n-1} RT_1 \left[ \left( \frac{p_2'}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{1,27}{1,27-1} \cdot 0,286 \cdot 300 \left[ 3,5^{\frac{0,27}{1,27}} - 1 \right] = 122 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

Поскольку степень повышения давления в каждой из четырех ступеней совершенно одинакова, то работа на привод всего компрессора  $L = l_1 \cdot z = 122 \cdot 4 = 488 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$ . При заданной производительности компрессора

$M = 0,2 \text{ кг/с}$  мощность компрессора  $N = M \cdot L = 0,2 \cdot 488 \text{ кВт}$ . Температура воздуха на выходе из первой ступени определится из уравнения политропного

процесса  $T_2' = T_2 = T_1 \left( \frac{p_2'}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = 300 \cdot 3,5^{\frac{0,27}{1,27}} = 300 \cdot 1,3 = 390 \text{ К}$ .

Если охлаждение проводится при условии равенства температур  $T_1 = T_1' = T_1'' = T_1'''$ , то в каждой ступени отводимое тепло составляет

$$Q_i = C_p \cdot M (T_2 - T_1) = 1,000 \cdot 0,2 \cdot 90 = 18 \text{ кВт},$$

где  $C_p = 1,000 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$  - изобарная теплоемкость для воздуха. Наконец, для сравнения просчитаем еще один вариант. Если проводить сжатие просто в

одноступенчатом компрессоре с тем же показателем политропы  $n=1,27$ , то работа составила бы величину:

$$l = \frac{n}{n-1} \cdot RT_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{1,27}{1,27-1} \cdot 0,286 \cdot 300 \left[ 150^{\frac{0,27}{1,27}} - 1 \right] = 776 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

Отношение работ,

$$n = \frac{l}{L} = \frac{776}{488} = 1,59,$$

показывает очевидный выигрыш, который можно получить в многоступенчатом компрессоре.

## 1.11. ИСТЕЧЕНИЕ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

### 1.11.1. ВВОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Истечение идеального газа - это движение сплошной среды с изменением параметров от первого сечения ко второму в соответствии с законами газодинамики и технической термодинамики, рисунок 1.34.

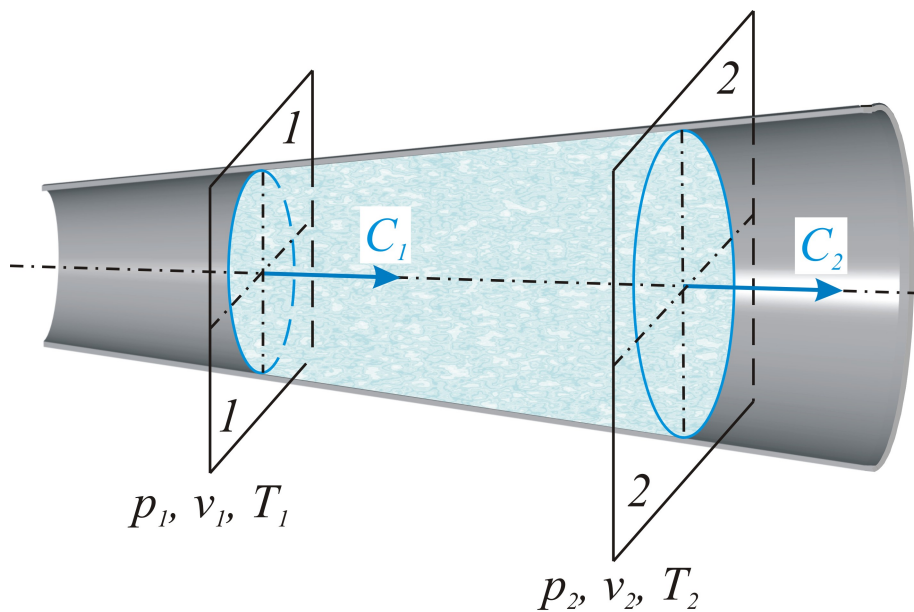


Рис. 1.34. При переменном сечении потока в общем случае изменяются параметры, а также скорости движения газа

Первый закон термодинамики,

$$q = i_2 - i_1 + l,$$

для движущегося потока следует преобразовать, т.к. внешняя работа реализуется изменением кинетической энергии потока:

$$l = - \int_{p_1}^{p_2} v dp = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right],$$

и тогда

$$q = i_2 - i_1 + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right].$$

Отметим, что в произвольном сечении (следует считать  $C_2 = C$ ) элементарная внешняя работа

$$dl = -v dp = \frac{2C \cdot dC}{2},$$

или

$$dl = -v dp = C dC.$$

### 1.11.2. УРАВНЕНИЕ НЕРАЗРЫВНОСТИ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА И ЗАКОН ИЗМЕНЕНИЯ СЕЧЕНИЯ ПОТОКА

Рассмотрим движение сплошной газовой среды с большой скоростью. Быстрое протекание процесса позволяет считать его адиабатным, т.е. в этом случае можно пренебречь теплообменом с окружающей средой.

Считаем далее тепло элементарного процесса  $dq = 0$ , для всего процесса  $q = 0$ . Тогда в дальнейших выводах справедливо использовать все формулы адиабатного процесса.

Уравнение неразрывности (сплошности) движения газа запишем в виде:

$$G = \frac{f \cdot C}{v} \left[ \frac{\text{кг}}{\text{с}} \right].$$

В этом уравнении массового расхода

$f$ ,  $\text{м}^2$  - сечение потока,

$C$ ,  $\text{м/с}$  - скорость в данном сечении,

$v$ ,  $\text{м}^3/\text{с}$  - удельный объем газа.

При постоянном расходе газа это уравнение логарифмируем и дифференцируем, т.е.

$$\ln G = \ln f + \ln C - \ln v,$$

$$\frac{dG}{G} = \frac{df}{f} + \frac{dC}{C} - \frac{dv}{v}.$$

Левая часть уравнения равна нулю. Умножим правую часть на  $\left(\frac{f}{dC}\right)$  и сделаем следующие преобразования:

$$\frac{df}{f} \cdot \frac{f}{dC} + \frac{dC}{C} \cdot \frac{f}{dC} - \frac{dv}{v} \cdot \frac{f}{dC} = 0,$$

или

$$\frac{df}{dC} = -\frac{f}{C} + \frac{dv \cdot f}{v \cdot dC}.$$

Вынесем в качестве множителя  $\frac{f}{C}$  и запишем производную

$$\frac{df}{dC} = \frac{f}{C} \left[ \frac{dv}{v} \cdot \frac{C}{dC} - 1 \right].$$

Отношения  $\frac{dv}{v}$  и  $\frac{C}{dC}$  представим так: из уравнения адиабатного процесса

$$\frac{dv}{v} = -\frac{dp}{kp},$$

а из равенства, приведенного ранее,

$$-vdp = C dC.$$

После деления на  $C^2$  следует, что

$$-\frac{vdp}{C^2} = \frac{dC}{C}.$$

Подставим эти замены в уравнение

$$\frac{df}{dC} = \frac{f}{C} \left[ \left( -\frac{dp}{kp} \right) \left( -\frac{C^2}{vdp} \right) - 1 \right],$$

чтобы получить

$$\frac{df}{dC} = \frac{f}{C} \left[ \frac{C^2}{kpv} - 1 \right].$$

Заменим знаменатель  $kpv = kRT$ . Как известно из курса физики,  $\sqrt{kRT} = C_*$  представляет собой звуковую скорость при данной температуре газа. Так, например, для температуры  $20^\circ\text{C}$  эта скорость имеет для воздуха столь привычное значение

$$C_* = \sqrt{kRT} = \sqrt{1,4 \cdot 286 (20 + 273)} = 340 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Подчеркнем, однако, что скорость звука есть величина переменная, т.к. зависит от температуры газа. Отношение скоростей

$$\frac{C}{C_*} = M$$

называется *числом Маха – Маевского*.

Производная

$$\frac{df}{dC} = \frac{f}{C} \left[ \frac{C^2}{C_*^2} - 1 \right] = \frac{f}{C} [M^2 - 1],$$

Вышеизложенное на последних страницах с точки зрения математической безупречно, т.е. выполнено без каких - либо допущений или ограничений. Последнее же уравнение,

$$\frac{df}{dC} = \frac{f}{C} [M^2 - 1],$$

представляется весьма интересным, т.к. из него следуют три положения.

1. При дозвуковой скорости ( $C < C_*$ ) число  $M < 1$ , правая часть отрицательна, т.е. и  $df/dC < 0$ . Дифференциалы  $df$  и  $dC$  имеют при этом разные знаки. Так, при  $dC > 0$  для сечения  $df < 0$ .

Самый простой вывод: при увеличении скорости в пределах до скорости звука требуется уменьшение сечения потока.

2. Если скорость движения газа больше скорости звука,  $C > C_*$ ,  $M > 1$ ,  $M^2 > 1$  и производная  $\frac{df}{dC} > 0$ , то увеличение скорости движения газа,  $dC > 0$ , должно сопровождаться одновременно увеличением сечения потока,  $df > 0$ . Казалось бы, это парадокс. Тем не менее, ничего странного в этом нет: движущаяся газовая сплошная среда расширяется, увеличивает свой объем, что и обеспечивает получение сверхзвуковой скорости.

3. При  $C=C_*$ , когда  $M=1$ ,  $\frac{df}{dC}=0$ . Сделаем логическое заключение: если в дозвуковой области сечение уменьшается, в сверхзвуковой увеличивается, то при скорости, равной скорости звука, имеет место минимальное сечение потока.

### 1.11.3. ТЕМПЕРАТУРА ТОРМОЖЕНИЯ ДЛЯ АДИАБАТНОГО ПОТОКА ГАЗА

К пониманию температуры торможения (т.е. при неподвижности газа) можно прийти, используя условие адиабатности процесса  $q=0$  и первый закон термодинамики для движущегося потока

$$i_2 - i_1 + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} = 0.$$

Предположим, что  $C_2=0$ .

Разность энтальпий

$$i_2 - i_1 = C_p(T_2 - T_1).$$

Тогда из уравнения

$$C_p(T_2 - T_1) + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} = 0$$

запишем конечную температуру как температуру торможения:

$$T_2 = T_{\text{торм}} = T_1 + \frac{C_1^2}{2C_p}$$

### 1.11.4. РАСЧЕТ СКОРОСТИ ИСТЕЧЕНИЯ ГАЗА ИЗ НАСАДКИ ИЛИ СОПЛА

Геометрическая конструкция, предназначенная для получения в ней дозвуковой или сверхзвуковой скорости движения сплошной среды, газа, называется *насадкой* (или *насадком*) или *соплом*.

Далее эти понятия объясняются более подробно.

Расчет скорости истечения адиабатного потока подчиняется первому закону термодинамики

$$i_2 - i_1 + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} = 0,$$

откуда конечная скорость

$$C_2 = \sqrt{2(i_1 - i_2) + C_1^2}.$$

Поскольку конечная скорость значительно больше начальной, следует считать, что

$$C_2 = \sqrt{2(i_1 - i_2)}.$$

Разность энтальпий в адиабатном процессе - это внешняя работа, формулы для которой приведены ранее для адиабатного процесса, т.е.

$$l = i_1 - i_2.$$

Тогда для скорости истечения справедливы следующие соотношения:

$$C_2 = \sqrt{2(i_1 - i_2)} = \sqrt{2 \cdot l} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} RT_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \Rightarrow$$

$$C_2 = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} RT_1 \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right]}.$$

Обозначая перепад давлений, как отношение  $\frac{p_2}{p_1} = \beta$ ,

запишем скорость:

$$C_2 = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} RT_1 \left[ 1 - \beta^{\frac{k-1}{k}} \right]}$$

### 1.11.5. КРИТИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ ПРИ ИСТЕЧЕНИИ

Как показано выше, переход от скорости дозвуковой к скорости сверхзвуковой требует вначале уменьшения сечения потока, а затем увеличения сечения, т.е. скорость, равная звуковой, и будет получена на границе сечений, т.е. в минимальном сечении, рисунок 1.35.



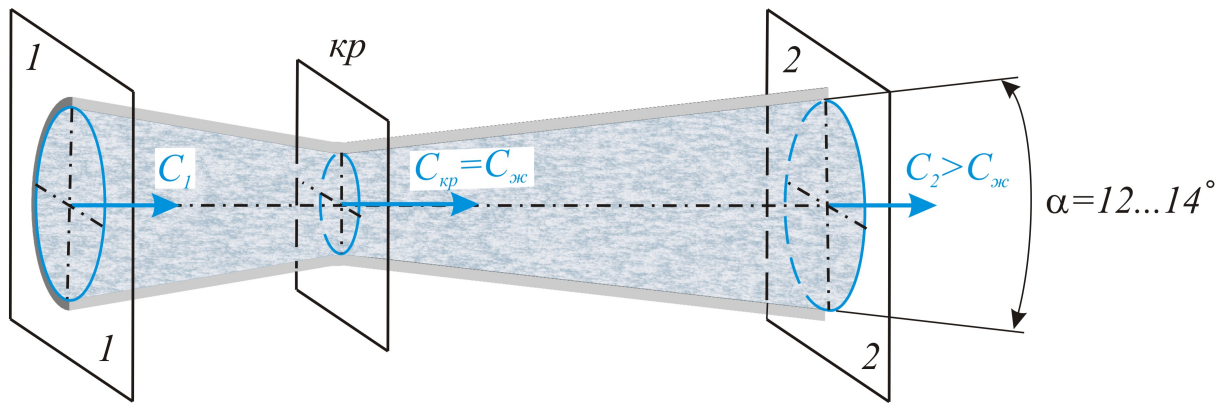


Рис. 1.35. Переход через звуковую скорость требует изменение потока сечения

Все величины, относящиеся к минимальному сечению потока, называются *критическими* - это удельный объем газа, его температура, само сечение и критическая скорость, которая в этом случае равна скорости звука, т.е.  $C_{кр} = C_*$ .

Определим эти критические величины или отношения  $\frac{p_{кр}}{p_1}$ ,  $\frac{T_{кр}}{T_1}$ ,  $\frac{v_{кр}}{v_1}$ , из которых, собственно, и находятся  $p_{кр}$ ,  $T_{кр}$ ,  $v_{кр}$ .

Используем формулу звуковой скорости

$$C_{кр} = C_* = \sqrt{kRT_{кр}},$$

а также первый закон термодинамики для движущегося потока

$$i_1 - i_2 = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2},$$

из которого, с использованием изобарной теплоемкости, следует, что

$$C_p(T_1 - T_2) = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2},$$

или, ввиду малости скорости  $C_1$ ,

$$C_p(T_1 - T_2) = \frac{C_2^2}{2}.$$

Если принять  $T_2 = T_{кр}$ , то

$$T_1 - T_{кр} = \frac{C_{кр}^2}{2C_p} = \frac{kRT_{кр}}{2C_p}.$$

Разделим почленно на  $T_1$ :

$$1 - \frac{T_{кр}}{T_1} = \frac{T_{кр}}{T_1} \cdot \frac{k}{2} \cdot \frac{R}{C_p}.$$

После замены

$$\frac{R}{C_p} = \frac{C_p - C_v}{C_p} = \frac{\frac{C_p}{C_v} - 1}{\frac{C_p}{C_v}} = \frac{k-1}{k},$$

из предыдущего уравнения можно получить, что

$$\frac{T_{кр}}{T_1} = \frac{2}{k+1},$$

или критическая температура (т.е. в минимальном сечении)  $T_{кр} = T_1 \frac{2}{k+1}$ .

Применяя уравнение адиабатного процесса, представим отношение давлений как

$$\left( \frac{p_{кр}}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_{кр}}{T_1} = \frac{2}{k+1},$$

или

$$\frac{p_{кр}}{p_1} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

Последнее отношение,  $\frac{p_{кр}}{p_1} = \beta_{кр}$ , называется *критическим отношением давлений*, -

$$\beta_{кр} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}},$$

которое может быть вычислено в зависимости от атомности газа.

Критический объем газа в этом сечении определяется из уравнения адиабаты.

$$p_1 v_1^k = p_{кр} v_{кр}^k.$$

Если формулу для критической скорости, с учетом показателя « $k$ », немного преобразовать, то из

$$C_{кр} = C_* = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} RT_1 \left[ 1 - \beta_{кр} \frac{k-1}{k} \right]},$$

при условии, повторим, зависимости показателя « $k$ » только от атомности газа,

$$C_{кр} = C_* = \varphi \sqrt{RT_1}.$$

Для практических расчетов можно использовать все приведенные в таблице 1.1 данные.

Таблица 1.1

Данные к расчету истечения идеального газа

| Атомность газа | Одноатомный | Двухатомный<br>(и воздух) | Трехатомный |
|----------------|-------------|---------------------------|-------------|
| $k$            | 1,67        | 1,4                       | 1,33        |
| $\beta_{кр}$   | 0,49        | 0,528                     | 0,546       |
| $\varphi$      | 1,12        | 1,08                      | 1,06        |

### 1.11.6. ВЫБОР ФОРМЫ НАСАДКИ ИЛИ СОПЛА

Предыдущее рассмотрение вопроса показало, что сверхзвуковую скорость можно получить только при очень малом, в действительном смысле слова, давлении за насадкой или соплом.

Поэтому, пока, в заданном случае, отношение давлений

$$\beta = \frac{p_2}{p_1} > \beta_{кр},$$

следует применять насадку с уменьшением сечения по ходу движения потока, рисунок 1.36.

Скорости сверхзвуковой можно достигнуть только при увеличении сечения газового потока, что уже доказано – производной  $\frac{df}{dc} > 0$ .

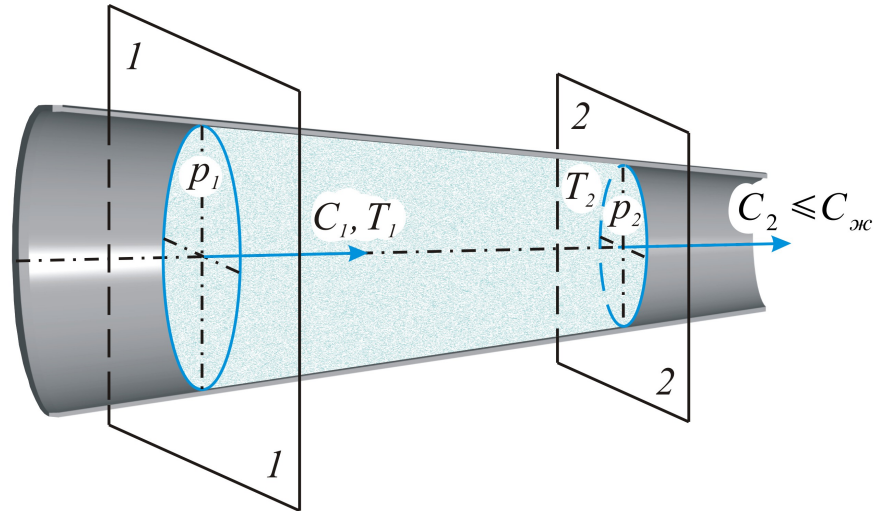


Рис. 1.36. Переход через звуковую скорость с уменьшением сечения невозможен. При возрастании разности давлений  $\Delta p = p_1 - p_2$  скорость будет увеличиваться, но никогда не превысит звуковой в этом сечении, т.е. значения  $C_2 = \sqrt{k \cdot R \cdot T_2}$

Обратимся к рисунку 1.35 – такая геометрическая конструкция сопла называется *соплом Лавая* (по имени французского инженера, предложившего эту конструкцию).

Угол раскрытия правой части сопла Лавая обычно невелик,  $\alpha = 12 \dots 14^\circ$ , из условия создания безотрывного течения газового потока (т.е. без отрыва от стенок в сечениях от критического до сечения на выходе 2-2). Итак, чтобы увеличить скорость до звуковой, можно уменьшать сечение потока, но для получения сверхзвуковой скорости расширение потока (увеличение сечения) является просто необходимым условием.

В термодинамике доказаны и такие варианты, рисунок 1.37.

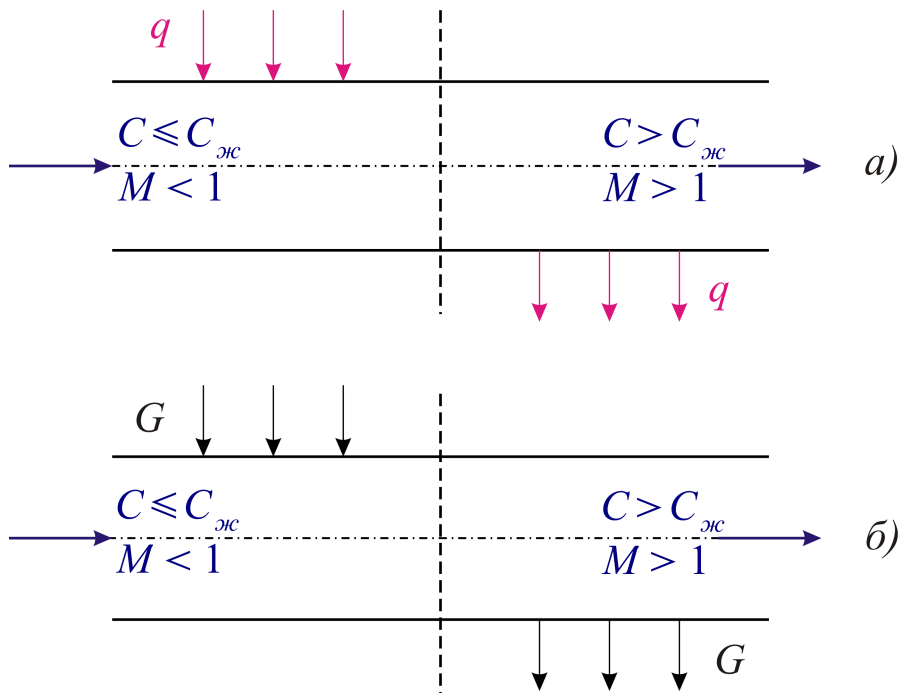


Рис. 1.37. Общий случай перехода через звуковую скорость

Если в газовом потоке подводить тепло, то скорость движения этого газа будет увеличиваться, вплоть до температуры в конце нагрева  $T_{кр}$ , т.е., в принципе, можно получить

$$C_{кр} = \sqrt{k \cdot R \cdot T_{кр}},$$

которая не является постоянной, а будет увеличиваться по мере подвода тепла и увеличения  $T_{кр}$ . Однако превысить эту скорость,  $C_{кр}$ , можно лишь путем отвода тепла от потока, рисунок (а), (тепловое сопло). Аналогичны положения для расходного сопла, рисунок (б), когда нагнетанием газа извне можно достичь  $C_{кр}$ . Сверхзвуковую же скорость можно получить, только отбирая часть газа в этом же потоке (расходное сопло).

Для всех приемов перехода через звуковую скорость можно считать правилом обращение воздействия на поток, что наиболее строго и просто можно показать на примере расчета сопла Лаваля.

**Пример 5.** Воздух при давлении  $p_1 = 10 \text{ бар}$  и начальной температуре  $t_1 = 300^\circ \text{C}$  вытекает в атмосферу, т.е.  $p_2 = 1 \text{ бар}$ . Расход воздуха  $4 \text{ кг/с}$ .

Определить форму сопла, скорость при истечении и диаметры соответствующих сечений.

Решение. Отношение  $\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{10} = 0,1 < \beta_{кр} = 0,528$ .

Принимаем сопло Лаваля, см. рисунок 1.35, начальные параметры  $p_1 = 10 \cdot 10^5 \text{ Па}$  и  $T_1 = t + 273 = 573^\circ \text{K}$ .

Газовую постоянную для воздуха примем равной

$$R = \frac{R_\mu}{\mu} = \frac{8314}{29} = 286 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}.$$

Определим начальный удельный объем воздуха из уравнения состояния  $p\nu = RT$ :

$$\nu_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{286 \cdot 573}{10^6} = 0,166 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}.$$

В критическом (минимальном) сечении сопла Лаваля давление

$$p_{кр} = p_1 \cdot \beta_{кр} = 10 \cdot 0,528 = 5,28 \text{ бар}.$$

Критическая (звуковая) скорость в этом сечении

$$C_{кр} = C_* = 1,08 \sqrt{RT_1} = 1,08 \sqrt{286 \cdot 573} = 438 \text{ м/с}.$$

Из уравнения адиабатного процесса истечения  $p_1 v_1^k = p_{кр} v_{кр}^k$  определим удельный объем

$$v_{кр} = \sqrt[k]{\frac{p_1 \cdot v_1^k}{p_{кр}}} = \sqrt[1,4]{\frac{10^6 \cdot 0,166^{1,4}}{5,28 \cdot 10^5}} = 0,27 \frac{м^3}{кг}.$$

При постоянном расходе газа минимальное сечение сопла Лавалья определим из уравнения расхода  $G = \frac{f \cdot C}{v}$ , т.е.

$$f_{кр} = \frac{G \cdot v_{кр}}{C_{кр}} = \frac{4 \cdot 0,27}{438} = 0,00246 м^2.$$

Принимая сопло Лавалья цилиндрической формы, определим диаметр в критическом сечении

$$d_{кр} = \sqrt{\frac{4 \cdot f_{кр}}{\pi}} = 2 \sqrt{\frac{0,00246}{3,14}} = 0,056 м = 5,6 см = 56 мм.$$

Скорость на выходе из сопла Лавалья

$$C_2 = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \cdot RT_1 \left[ 1 - \beta^{\frac{k-1}{k}} \right]} = \sqrt{2 \cdot \frac{1,4}{1,4-1} \cdot 286 \cdot 573 \left[ 1 - 0,1^{\frac{k-1}{k}} \right]} = 746 \frac{м}{с}.$$

Удельный объем на выходе

$$v_2 = v_1 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{k}} = 0,166 \left( \frac{1}{10} \right)^{\frac{1}{1,4}} = 0,86 \frac{м^3}{кг}.$$

Тогда сечение на выходе сопла

$$f_2 = \frac{G \cdot v_2}{C_2} = \frac{4 \cdot 0,86}{746} = 0,0046 м^2 = 46 см^2,$$

а диаметр выходного сечения

$$d_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot f_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,0046}{3,14}} = 0,077 м = 77 мм.$$

Рассчитанный адиабатный процесс истечения газа в сопле Лавая показан в  $TS$ -диаграмме, рисунок 1.38.

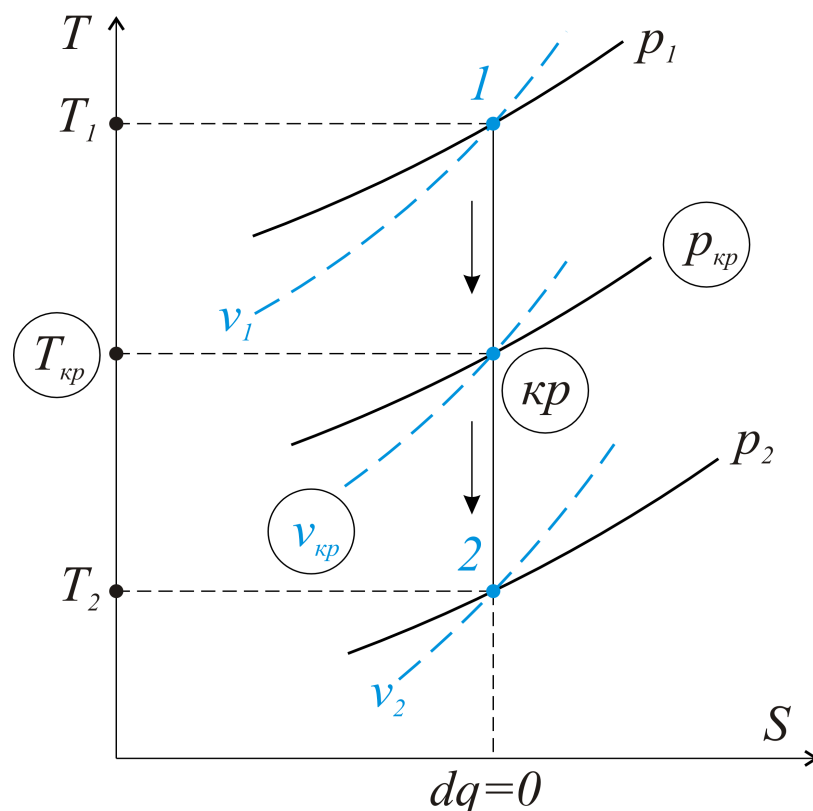


Рис.1.38. Для сопла Лавая газ из состояния 1 переходит через критические параметры  $p_{кр}$ ,  $v_{кр}$ ,  $T_{кр}$  с тем, чтобы на выходе иметь сверхзвуковую скорость, состояние 2

## 1.12. ЦИКЛЫ ДВИГАТЕЛЕЙ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ (ДВС)

### 1.12.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

*Двигателями внутреннего сгорания* назовем поршневые двигатели, газотурбинные установки, реактивные двигатели и т.д., т.е. все тепловые двигатели, рабочим телом в которых являются продукты сгорания топлива.

Исторически сложилось так, что название ДВС отнесено сегодня полностью к поршневым двигателям.

Именно термодинамика процессов и циклов ДВС изложена далее.

Вначале отметим важное для практики положение – *цикл Карно* осуществить технически нельзя, рисунок 1.39. Почему?

Подвод тепла при постоянной температуре (по Карно) невозможен.

В любом двигателе (карбюраторном или дизельном) топливо сгорает за доли секунды, когда происходит увеличение температуры и давления получающегося при этом рабочего вещества.

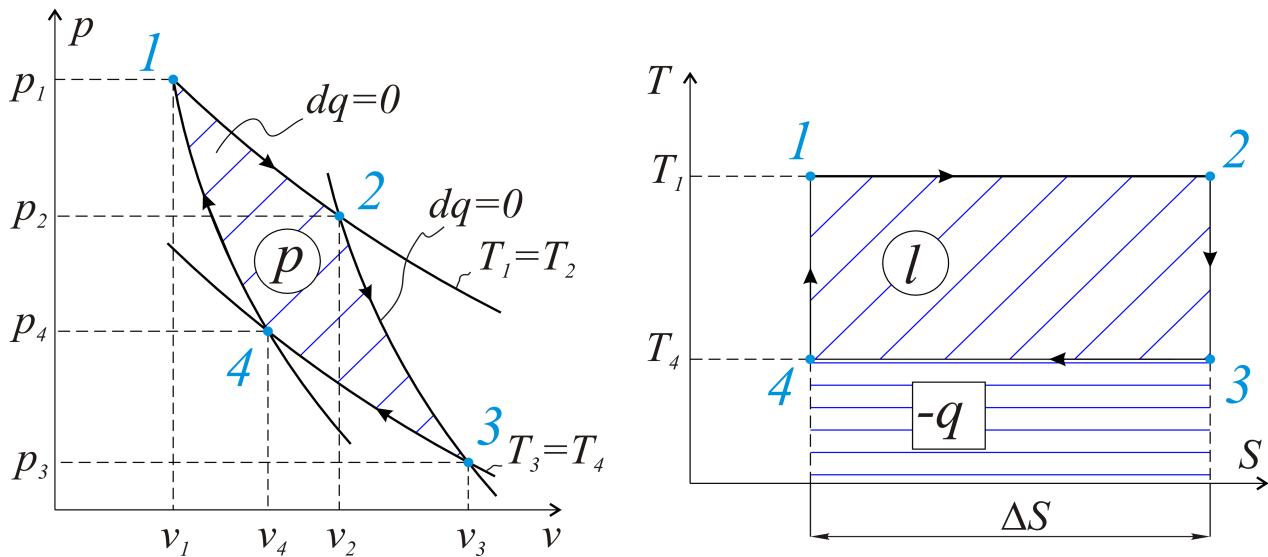


Рис.1.39. Цикл Карно представляет совокупность изотермических процессов подвода (1-2) и отвода тепла (3-4), которые можно объединить в цикл адиабатными процессами расширения рабочего вещества (2-3) и сжатия (4-1)

Отвод тепла (процесс 3-4) также никогда не является изотермическим. На самом деле, это выброс отработанных газов в окружающую среду.

В пределах значений давлений и температур, используемых в ДВС, рабочее тело можно считать идеальным газом, для которого применимы и законы термодинамики, и все формулы рассмотренных ранее классических процессов.

### 1.12.2. ЦИКЛ ДВС СО СМЕШАННЫМ ПОДВОДОМ ТЕПЛА

Этот цикл ДВС предложен русским инженером Тринклером в 1904 г.

По сути дела, это теоретический цикл современных транспортных и стационарных дизелей, рисунок 1.40.

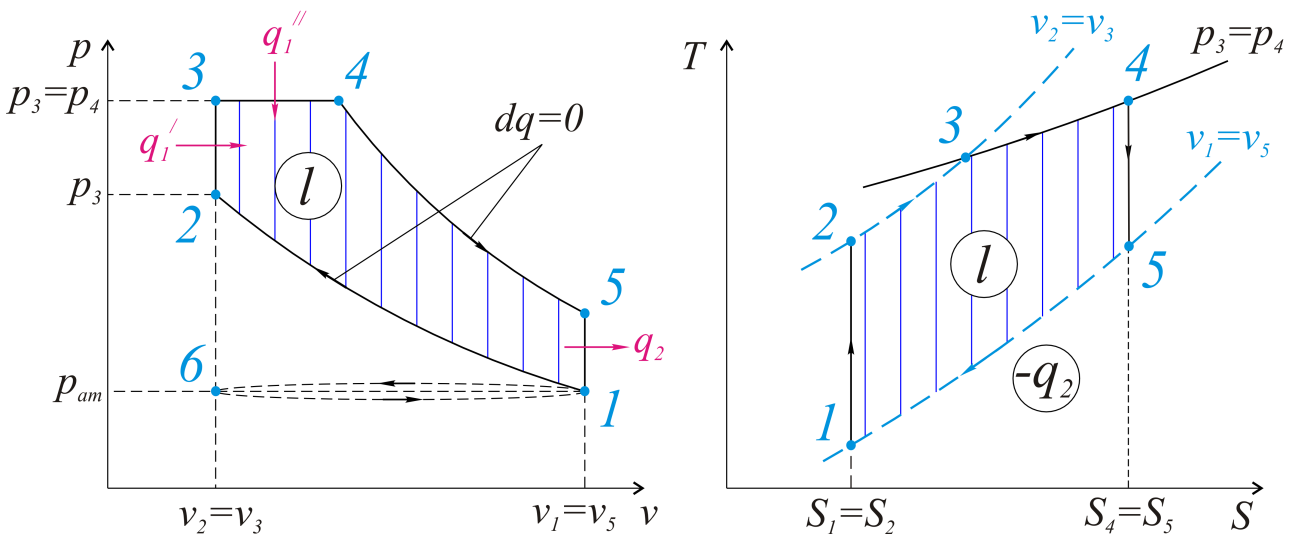


Рис.1.40. Работа получается в процессах 3-4 и 4-5. Подвод тепла в процессах 2-3 и 3-4, отвод в 5-1. Площадь цикла в обеих диаграммах соответствует полученной работе



Рассмотрим последовательность процессов, которые составляют цикл Тринклера. Во-первых, рабочий цилиндр следует заполнить воздухом, и это заполнение осуществляется при давлении чуть меньше атмосферного, линия 6-1.

Воздух быстро сжимается в цилиндре, при движении поршня от нижней мертвой точки (в цилиндровом двигателе) до верхней -- линия 1-2.

Горение топлива происходит частично при крайнем положении поршня (в верхней мертвой точке), линия 2-3, а затем, при расширении рабочего вещества, по линии 3-4. После сгорания топлива продолжается расширение рабочего вещества – линия 4-5.

В состоянии 5 отработанные продукты сгорания выбрасываются в атмосферу вместе с теплом  $q_2$ , которое в них содержится. Цилиндр ДВС следует очистить полностью от рабочего вещества – это линия 1-6.

Цикл осуществляется за четыре хода поршня ДВС, и поэтому двигатель такого рода называется - *четырёхтактным*.

Процессы, составляющие цикл ДВС, см. рисунок 1.40, можно назвать термодинамически более точно:

6-1-изобарный процесс заполнения цилиндра ДВС воздухом;

1-2-адиабатное сжатие воздуха;

2-3-подвод тепла (горение топлива) при постоянном объеме;

3-4-подвод тепла при постоянном давлении;

4-5-адиабатный процесс получения работы; расширение продуктов сгорания, также получение работы;

5-1-изохорный процесс отвода тепла с выхлопными газами;

1-6-изобарный выброс из цилиндра ДВС продуктов сгорания.

Процессы 6-1 и 1-6, с энергетической точки зрения, равны по величине и противоположны по знаку.

Нагляднее всего это показывает рабочая  $pV$  - диаграмма. Поэтому для дальнейшего рассмотрения и анализа примем цикл 1-2-3-4-5-1.

В этом цикле количество подведенного тепла

$$q_1 = C_v(T_3 - T_2) + C_p(T_4 - T_3),$$

а количество отведенного -

$$q_2 = C_v(T_5 - T_1).$$

Для любого теплового двигателя термический КПД цикла

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1},$$

что для цикла Тринклера можно представить следующей формулой:

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{C_v(T_5 - T_1)}{C_v(T_3 - T_2) + C_p(T_4 - T_3)},$$

или

$$\eta_t = 1 - \frac{T_5 - T_1}{T_3 - T_2 + k(T_4 - T_3)} = 1 - \frac{\frac{T_5}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_1} - \frac{T_2}{T_1} + k\left(\frac{T_4}{T_1} - \frac{T_3}{T_1}\right)}.$$

Как видно из последней формулы, для определения термического КПД цикла следует знать все температуры в узловых точках цикла, от первой  $T_1$  до последней  $T_5$ .

Эту формулу можно преобразовать, используя для ДВС конструктивные характеристики:

1. Степень сжатия - это отношение объемов

$$\varepsilon = \frac{v_1}{v_2}.$$

2. Степень повышения давления

$$\lambda = \frac{p_3}{p_2}.$$

3. Степень предварительного расширения

$$\rho = \frac{v_4}{v_3}.$$

Произведем далее замену отношений температур в формуле КПД через конструктивные характеристики.

Процесс 1-2. Адиабатный.  $dq=0$ .

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = \varepsilon^{k-1}.$$

Процесс 2-3. Изохорный,  $v = idem$ ,

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} = \lambda,$$

или, после преобразования,

$$\frac{T_3}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} = \lambda \cdot \varepsilon^{k-1}.$$

Процесс 3-4. Изобарный,  $p = idem$ ,

$$\frac{T_4}{T_3} = \frac{v_4}{v_3} = \rho, \quad \frac{T_4}{T_3} \cdot \frac{T_3}{T_1} = \frac{T_4}{T_1} = \rho \cdot \lambda \cdot \varepsilon^{k-1}.$$

Процесс 4-5. Адиабатный,  $dq = 0$ ,

$$\frac{T_5}{T_4} = \left(\frac{v_4}{v_5}\right)^{k-1} = \left(\frac{v_4}{v_2}\right)^{k-1} \cdot \left(\frac{v_2}{v_5}\right)^{k-1} = \left(\frac{v_4}{v_3}\right)^{k-1} \cdot \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{k-1} = \left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right)^{k-1}.$$

Заметим, что  $v_5 = v_1$ , и тогда

$$\frac{T_5}{T_1} = \frac{T_5}{T_4} \cdot \frac{T_4}{T_1} = \left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right)^{k-1} \cdot \rho \cdot \lambda \cdot \varepsilon^{k-1} = \lambda \cdot \rho^k.$$

Запишем термический КПД цикла ДВС через конструктивные характеристики:

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} \cdot \frac{\lambda \rho^k - 1}{\lambda - 1 + \lambda \cdot k (\rho - 1)}.$$

Для рассматриваемого цикла Тринклера одной из важнейших характеристик является *среднеиндикаторное давление цикла*  $p_i$ .

Если работу цикла записать как

$$l = p_i (v_1 - v_2),$$

то индикаторное давление

$$p_i = \frac{l}{v_1 - v_2},$$

можем представить на рисунке 1.41.

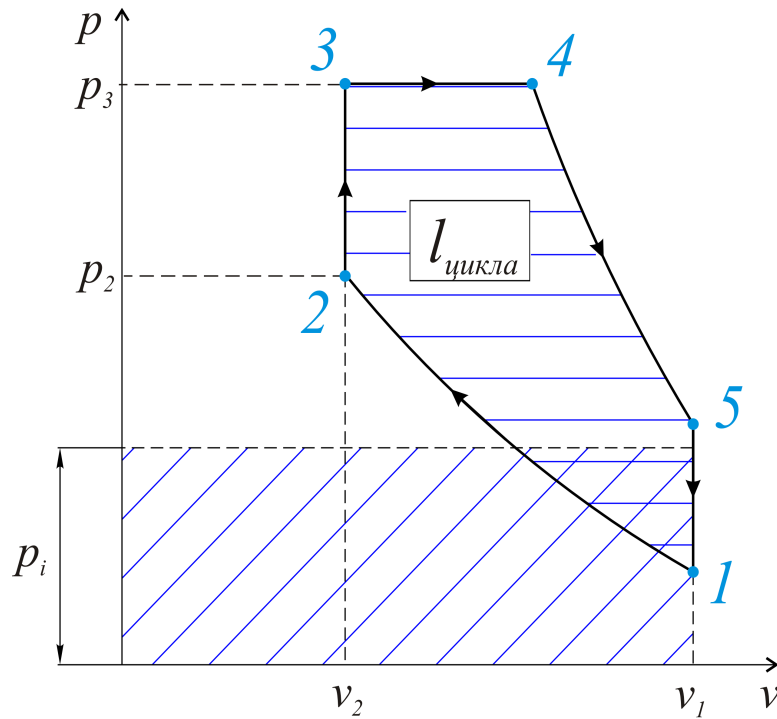


Рис. 1.41. Индикаторное давление в рабочей диаграмме

Приведем, без подробного доказательства, следующие формулы, в которых использованы те же конструктивные характеристики.

$$\begin{aligned}
 l &= q_1 - q_2, \\
 l &= C_v(T_3 - T_2) + C_p(T_4 - T_3) - C_v(T_5 - T_1), \\
 l &= C_v T_1 \varepsilon^{k-1} \left[ \lambda - 1 + k \lambda (\rho - 1) - \frac{\lambda \rho^k - 1}{\varepsilon^{k-1}} \right].
 \end{aligned}$$

С учетом того, что

$$v_1 - v_2 = v_1 \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon} \right),$$

для среднеиндикаторного давления получим:

$$p_i = \frac{p_1}{(k-1)(\varepsilon-1)} \cdot \varepsilon^k \left[ \lambda - 1 + k \lambda (\rho - 1) - \frac{\lambda \rho^k - 1}{\varepsilon^{k-1}} \right].$$

Это давление можно использовать для расчета индикаторной мощности двигателя

$$N_i = \frac{2 \cdot p_i \cdot V \cdot n \cdot i}{1000 \cdot \tau} \text{ [кВт]},$$

где  $p_i$  [Па] - среднее индикаторное давление;

$V = \frac{\pi D^2}{4} \cdot S$ , [м<sup>3</sup>] - рабочий объем цилиндра диаметром  $D$  при ходе поршня  $S$ ;

$n$ ,  $\left[ \frac{\text{об}}{\text{с}} \right]$  - число оборотов коленчатого вала ДВС в секунду;

$\tau$  - тактность двигателя;

$i$  - число цилиндров двигателя.

При этом эффективная мощность ДВС немного меньше индикаторной, с учетом механического КПД:

$$N_e = N_i \cdot \eta_{\text{мех}}$$

### 1.12.3. ЦИКЛ ДВС С ПОДВОДОМ ТЕПЛА ПРИ ПОСТОЯННОМ ОБЪЕМЕ

Цикл ДВС с подводом тепла при постоянном объеме - это цикл карбюраторного двигателя, предложенный еще в 1876 году, рисунок 1.42.

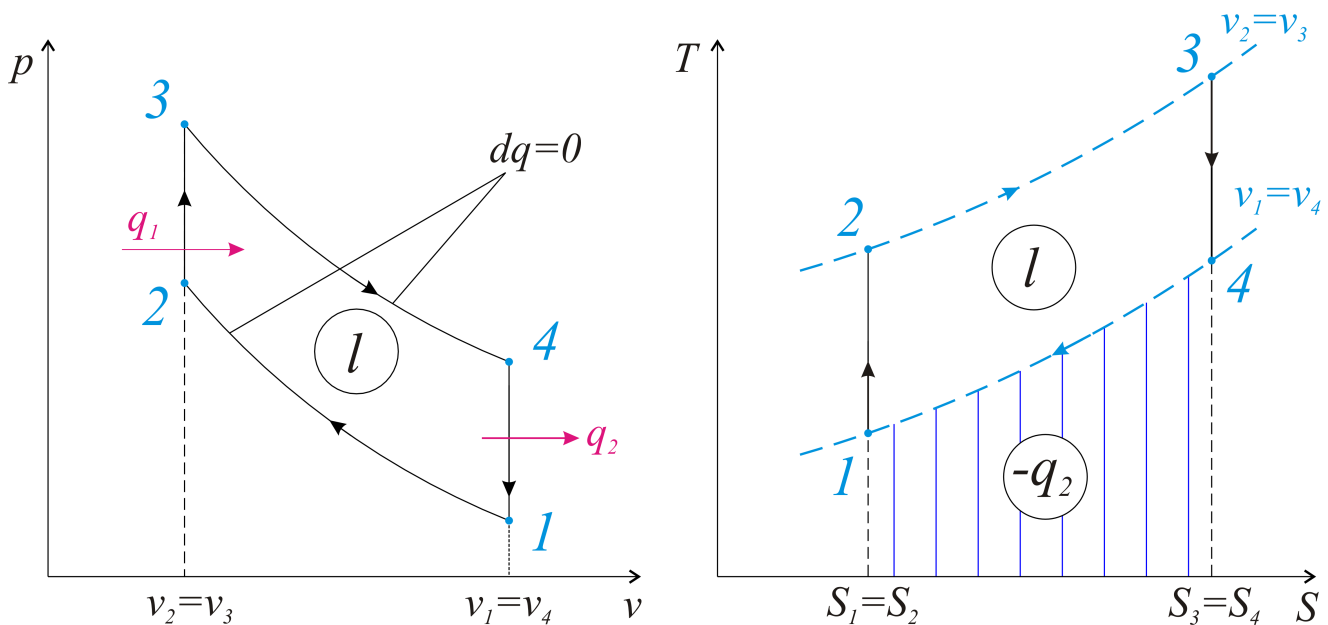


Рис.1.42. Цикл образуют два изохорных, 2-3 и 4-1, и два адиабатных процесса – 1-2 и 3-4

В этом цикле после сжатия воздуха (адиабатный процесс 1-2) топливная смесь, получаемая в карбюраторе, воспламеняется от внешнего источника (искра) и сгорает практически при положении поршня в верхней мертвой точке (изохорный подвод тепла 2-3). Работа получается в адиабатном процессе расширения продуктов сгорания (3-4), после чего следует отвод тепла в окружающую среду, т.е. выхлоп отработавших газов (4-1). В этом цикле отсутствует степень

предварительного расширения, точнее, она равна единице ( $\rho=1$ ). Общее выражение термического КПД,

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{C_v(T_4 - T_1)}{C_v(T_3 - T_2)},$$

может быть получено из формулы для цикла Тринклера при  $\rho=1$ :

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}.$$

КПД карбюраторного двигателя растет с увеличением степени сжатия  $\varepsilon$  и зависит только от этой величины. На практике степень сжатия находится в интервале 6...12, а среднеиндикаторное давление,

$$p_i = p_1 \cdot \varepsilon \cdot \frac{\varepsilon^{k-1} - 1}{\varepsilon - 1} \cdot \frac{\lambda - 1}{k - 1},$$

ограничивается давлением 8...12 бар.

#### 1.12.4. ЦИКЛ ДВС С ПОДВОДОМ ТЕПЛА ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ

Это цикл дизельного двигателя с внутренним смесеобразованием топлива и его самовоспламенением, которое обусловлено высокой температурой сжатого воздуха, рисунок 1.43.

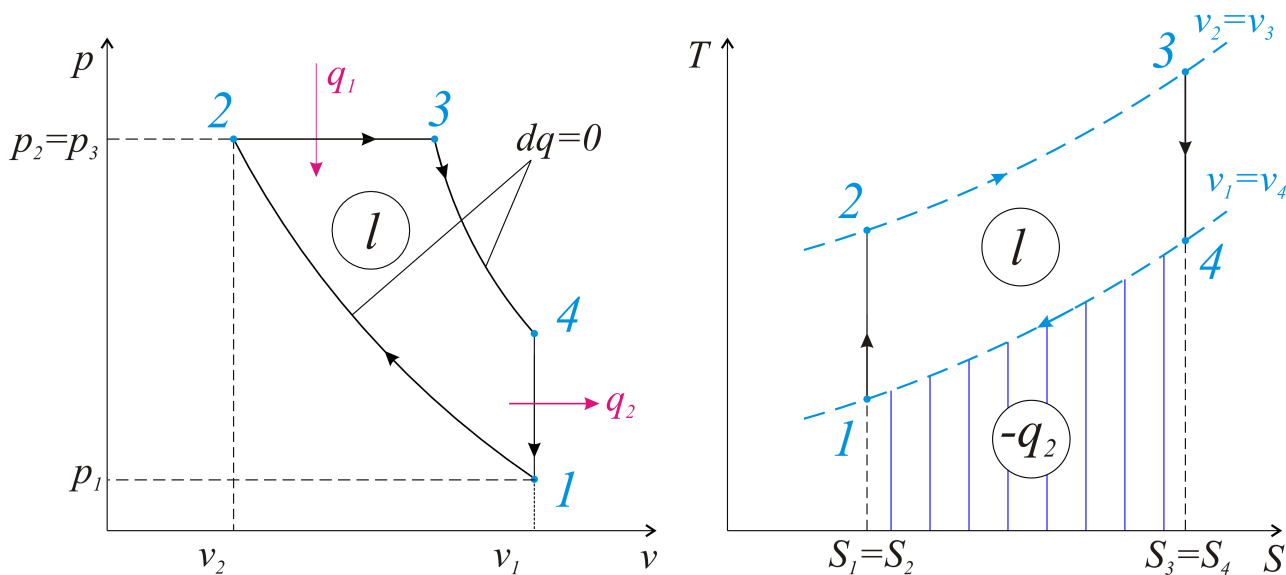


Рис.1.43. Подвод тепла, при самовоспламенении топлива, в изобарном 2-3 процессе. Отвод тепла - в изохорном процессе 4-1. Площадь цикла соответствует полученной работе

## Термический КПД цикла

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{C_v(T_4 - T_1)}{C_p(T_3 - T_2)}$$

Если в общем выражении КПД цикла Тринклера принять степень повышения давления  $\lambda=1$  (что соответствует циклу дизельного двигателя), то можно записать термический КПД через конструктивные характеристики:

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} \cdot \frac{\rho^k - 1}{k(\rho - 1)}$$

Степень сжатия в дизельном двигателе заметно выше, чем в карбюраторном, и изменяется обычно от 12 до 20.

Среднеиндикаторное давление цикла,

$$p_i = p_1 \cdot \frac{\varepsilon}{(k-1)(\varepsilon-1)} \left[ k \cdot \varepsilon^{k-1} \cdot (\rho-1) - (\rho^k - 1) \right],$$

зависит от степени сжатия  $\varepsilon$  и степени предварительного расширения, обычные значения которой - это  $\rho = 1,5 \dots 2,5$ .

В заключение отметим некоторые общие характеристики ДВС.

Первое, что касается КПД. Для каких двигателей этот КПД выше? Для тех, которые лучше. Лучше спроектированы, изготовлены, для тех, которые эксплуатируются в надлежащих условиях. Ориентировочно - КПД обоих типов двигателей находится в пределах 30...40%. Преимущество карбюраторных двигателей - меньшая масса на единицу мощности. Преимущество дизелей - это, до недавнего времени, сравнительно низкая стоимость дизельного топлива.

Единичная мощность дизельного двигателя больше, чем карбюраторного.

Например, в тепловозах или в крупных стационарных установках используются, как правило, дизельные двигатели.

Небольшой пример из истории. Лучшим танком второй мировой войны признан Т-34, на котором, как и в большинстве советских машин, устанавливался дизельный двигатель мощностью около 500 л.с., что обеспечивало маневренность и хорошую скорость хода. Танки с той стороны имели карбюраторные (бензиновые) двигатели. Поэтому горели они, в буквальном смысле слова, гораздо лучше, чем дизельные. Техническое решение немецкого инженера Дизеля работало всю войну против фашистской Германии.

Далее приведём примеры расчёта описанных выше циклов ДВС.

**Пример 6.** Цикл ДВС со смешанным подводом тепла.

Исходные данные:  $p_1 = 1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Па}$ ,  $t_1 = 27^\circ \text{C}$  или  $T_1 = 27 + 273 = 300^\circ \text{K}$ ;

$\varepsilon = 5,4$  - степень сжатия;  $\lambda = 1,4$  - степень повышения давления;  $\rho = 1,12$  - степень предварительного расширения.

При решении задачи используем рис. 1.40, изложенный с пояснениями в настоящем методическом пособии, раздел 1.12.2. Цель расчёта - определение термического КПД цикла и сравнение этого КПД с циклом Карно в том же интервале температур.

Считаем рабочее вещество (продукты сгорания топлива) обладающим свойствами воздуха, для которого газовая постоянная

$$R = \frac{8314}{\mu} = \frac{8314}{29} = 286 \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right].$$

Изобарную теплоёмкость примем равной

$$C_p = 1000 \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right],$$

а изохорную, по уравнению Майера,

$$C_v = C_p - R = 1000 - 286 = 714 \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right].$$

Для точки 1 используем уравнение состояния и определяем удельный объём для рабочего вещества:

$$p_1 v_1 = RT_1, \quad \text{откуда} \quad v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{286 \cdot 300}{10^5} = 0,86 \left[ \frac{\text{м}^3}{\text{кг}} \right].$$

Далее просчитываем все процессы по отдельности.

Процесс 1-2, адиабатное сжатие,  $dq=0$ . Удельный объём уменьшается в соответствии со степенью сжатия:

$$v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon} = \frac{0,86}{5,4} = 0,159 \left[ \frac{\text{м}^3}{\text{кг}} \right].$$

Из уравнения адиабатного процесса  $p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$  определим давление в точке 2, считая показатель адиабаты  $k = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$  (как для воздуха или двухатомного газа).

$$p_2 = \frac{p_1 \cdot v_1^k}{v_2^k} = \frac{10^5 \cdot 0,86^{1,4}}{0,159^{1,4}} = 10,76 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 10,76 \text{ бар}.$$

Температура в точке 2 определяется из уравнения состояния:

$$p_2 v_2 = RT_2, \quad \text{т.е.,}$$

$$T_2 = \frac{p_2 v_2}{R} = \frac{10,76 \cdot 10^5 \cdot 0,159}{286} = 594 \text{ [}^\circ\text{K]}.$$

Процесс 2-3, изохорный.  $v_3 = v_2$ .



Давление повышается при горении топлива в  $\lambda$  (раз), т.е.:

$$p_3 = p_2 \cdot \lambda = 10,76 \cdot 1,4 = 15,06 \text{ бар}.$$

Температура в точке 3:

$$T_3 = \frac{p_3 \cdot v_3}{R} = \frac{15,06 \cdot 10^5 \cdot 0,159}{286} = 832 \text{ K}.$$

Процесс 3-4, изобарный подвод тепла.  $p_4 = p_3$ . Удельный объем рабочего вещества увеличивается до

$$v_4 = v_3 \cdot \rho = 0,159 \cdot 1,12 = 0,178 \left[ \frac{\text{м}^3}{\text{кг}} \right].$$

Тогда температура

$$T_4 = \frac{p_4 v_4}{R} = \frac{15,06 \cdot 10^5 \cdot 0,178}{286} = 937 \text{ K}.$$

Процесс 4-5, адиабатное расширение продуктов горения топлива,  $dq=0$  (или  $q=0$ ). Используем условие (см. (см.  $p\nu$  – диаграмму,)) что

$$v_5 = v_4 = 0,86 \left[ \frac{\text{м}^3}{\text{кг}} \right].$$

Из уравнения адиабатного процесса

$$p_4 v_4^k = p_5 v_5^k$$

давление в точке 5

$$p_5 = \frac{p_4 v_4^k}{v_5^k} = \frac{15,06 \cdot 10^5 \cdot 0,178^{1,4}}{0,86^{1,4}} = 1,64 \cdot 10^5 \left[ \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \right] = 1,64 \text{ бар},$$

а температура

$$T_5 = \frac{p_5 v_5^k}{R} = \frac{1,64 \cdot 10^5 \cdot 0,86}{286} = 493 \text{ K}.$$

Тепло подводится в процессах 2-3 и 3-4:

$$q_1 = C_v(T_3 - T_2) + C_p(T_4 - T_3) = 714(832 - 594) + 1000(937 - 832) \Rightarrow$$

$$q_1 = 265000 \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right] = 265 \left[ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \right].$$

Тепло, отводимое в процессе 5-1,

$$q_2 = C_v(T_5 - T_1) = 714(493 - 300) = 137000 \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right] = 137 \left[ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \right].$$

Работа в цикле определяется как разность подведённого и отведённого количеств тепла:

$$l = q_1 - q_2 = 265 - 137 = 128 \left[ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \right].$$

Термический КПД цикла

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = \frac{l}{q_1} = \frac{128}{265} = 0,48.$$

В данном цикле теплового двигателя минимальная температура – это  $T_1 = 300^\circ \text{K}$ , максимальная (в точке 4) -  $T_4 = 937^\circ \text{K}$ .

В цикле Карно термический КПД составил бы величину

$$\eta_{tK} = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{300}{937} = 0,68.$$

**Пример 7.** Цикл карбюраторного двигателя.

Для цикла ДВС с подводом тепла при постоянном объёме определить параметры в точках цикла, количество подведённого и отведённого тепла, работу цикла и термический КПД.

Начальные параметры:  $p_1 = 1 \text{ бар}$ ,  $t_1 = 20^\circ \text{C}$ . Степень сжатия  $\varepsilon = 3,6$ ; степень повышения давления  $\lambda = 3,33$ .

Принять, как и в других примерах, что продукты сгорания топлива обладают свойствами воздуха, для которого изобарная теплоёмкость

$$C_p = 1000 \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}} \right], \text{ а изохорная } C_v = C_p - R = 1000 - 286 = 714 \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}} \right].$$

Решение.

Точка 1.  $p_1 = 1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Па}$ ,  $t_1 = 20^\circ \text{C}$ ,  $T_1 = 293^\circ \text{K}$ .

Из уравнения состояния определим удельный объем

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{286 \cdot 293}{10^5} = 0,84 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$$

Точка 2.

$$v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon} = \frac{0,84}{3,6} = 0,233 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$$

Используя формулу адиабатного 1-2 процесса, определим конечную температуру

$$T_2 = T_1 \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} = 293 \cdot 3,6^{1,4-1} = 489 \text{ } ^\circ\text{K},$$

а из уравнения состояния давление

$$p_2 = \frac{RT_2}{v_2} = \frac{286 \cdot 489}{0,233} = 6,02 \cdot 10^5 \text{ Па} = 6,02 \text{ бар}.$$

Точка 3:

$$v_3 = v_2 = 0,233 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$$

Для изохорного 2-3 процесса

$$\frac{p_3}{p_2} = \frac{T_3}{T_2} = \lambda = 3,33,$$

т.е.

$$p_3 = p_2 \cdot \lambda = 6,02 \cdot 3,33 = 20 \text{ бар},$$
$$T_3 = T_2 \cdot \lambda = 489 \cdot 3,33 = 1628 \text{ } ^\circ\text{K}.$$

Точка 4:

$$v_4 = v_1 = 0,84 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$$

Для адиабатного 3-4 процесса

$$T_4 = T_3 \left( \frac{v_3}{v_4} \right)^{k-1} = 1628 \cdot 3,6^{1,4-1} = 976 \text{ } ^\circ K,$$

$$p_4 = \frac{p_1 \cdot T_4}{T_1} = \frac{1 \cdot 976}{293} = 3,33 \text{ бар}.$$

Количество подведенного тепла

$$q_1 = C_v (T_3 - T_2) = 0,724 (1628 - 489) = 825 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}},$$

отведенного

$$q_2 = C_v (T_4 - T_1) = 0,724 (976 - 293) = 495 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

Работа в цикле

$$l = q_1 - q_2 = 825 - 495 = 330 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}},$$

а термический КПД

$$\eta_t = \frac{l}{q_1} = \frac{330}{825} = 0,4,$$

или  $\eta_t = 40\%$ .

**Пример 8.** Цикл дизельного двигателя (см. рис. 1.43). Исходные данные:

$p_1 = 0,1 \text{ МПа} = 10^5 \text{ Па} = 1 \text{ бар}$ ;  $t_1 = 20^\circ \text{C}$ ,  $T_1 = 20 + 273 = 293 \text{ } ^\circ K$ ;  $\varepsilon = 12,7$  - степень сжатия;  $k = 1,4$  - показатель адиабаты;  $\rho = 2$  - степень предварительного расширения.

Цель расчёта – определение термического КПД цикла и сравнение с КПД цикла Карно в том же интервале температур.

Газовую постоянную и теплоёмкости примем такими же, как и в примерах 6 и 7.

Решение.

Для точки 1 удельный объём (считаем для воздуха)

$$v_1 = \frac{R T_1}{p_1} = \frac{286 \cdot 293}{10^5} = 0,84 \left[ \frac{\text{м}^3}{\text{кг}} \right].$$

В точке 2 объём меньше в  $\varepsilon$  раз, т.е.:

$$v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon} = \frac{0,84}{12,7} = 0,0661 \left[ \frac{\text{м}^3}{\text{кг}} \right].$$

Температуру в конце адиабатного сжатия определим, используя формулу для этого процесса.

$$T_2 = T_1 \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^k - 1 = 293 \cdot (12,7)^{0,4} = 809 \text{ } ^\circ K, \text{ или } t_2 = 536 \text{ } ^\circ C.$$

В конце адиабатного сжатия давление определим из уравнения состояния:

$$p_2 = \frac{RT_2}{v_2} = \frac{286 \cdot 809}{0,0661} = 3,51 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Процесс подвода тепла 2-3 – изобарный, для которого  $p_3 = p_2 = 3,51 \text{ МПа}$ , и

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{v_3}{v_2} = \rho = 2.$$

Удельный объём

$$v_3 = v_2 \cdot \rho = 0,0661 \cdot 2 = 0,1322 \left[ \frac{\text{м}^3}{\text{кг}} \right],$$

температура

$$T_3 = T_2 \cdot \rho = 809 \cdot 2 = 1618 \text{ } ^\circ K, \text{ или } t_3 = 1345 \text{ } ^\circ C.$$

В точках 4 и 1 удельный объём одинаков:  $v_4 = v_1 = 0,84 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$ . Для адиабатного процесса расширения,  $\frac{p_1}{p_4} = \left( \frac{v_4}{v_3} \right)^k$ , определим давление

$$p_4 = p_3 \left( \frac{v_3}{v_4} \right)^k = 3,51 \cdot \left( \frac{0,1322}{0,84} \right)^{1,4} = 0,264 \text{ МПа}.$$

В изохорном процессе отвода тепла  $\frac{T_4}{T_1} = \frac{p_4}{p_1}$ , т.е.

$$T_4 = T_1 \frac{p_4}{p_1} = 293 \cdot \frac{0,264}{0,1} = 773 \text{ } ^\circ K, \text{ или } t = 500 \text{ } ^\circ C.$$

Количество подведённого тепла (это процесс 2-3):

$$q_1 = C_p(T_3 - T_2) = 1000(1618 - 809) = 809000 \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right] = 809 \left[ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \right].$$

Отведённое тепло (процесс 4-1)

$$q_2 = C_v(T_4 - T_1) = 714(773 - 293) = 342000 \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right] = 342 \left[ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \right].$$

Термический КПД цикла

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{342}{809} = 0,578 \text{ (57,8 \%)}.$$

Максимальная температура в цикле:

$$T_{max} = T_3 = 1618^\circ \text{ K},$$

минимальная

$$T_{min} = T_1 = 293^\circ \text{ K}.$$

В этом интервале температур цикл Карно имел бы термический КПД

$$\eta_{tK} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{293}{1618} = 0,82, \quad \text{что значительно больше вычисленного выше}$$

$(\eta_{t \text{ Карно}} = 0,82 > \eta_t = 0,578).$

Замечание. Следует отметить, что степень сжатия в современных дизельных двигателях имеет обычно большие значения, чем в приведённом примере. Ориентировочные значения  $\varepsilon = 14 \dots 18$ .

## 1.13. ЦИКЛЫ ГАЗОТУРБИННЫХ УСТАНОВОК (ГТУ)

### 1.13.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

*Газовые турбины (ГТУ)* применяются на судах, на железнодорожном транспорте, а также в авиации как составной элемент турбореактивных и турбовинтовых двигателей. В энергетике используемое их количество невелико, хотя и является весьма эффективным для закрытия пиковых нагрузок.

По сравнению с поршневыми ДВС газотурбинные установки имеют определенные преимущества.

Это, во-первых, меньшая металлоемкость на единицу мощности.

Во-вторых, отсутствие кривошипно-шатунного механизма, т.е. простота конструкции, обеспечивающей вращательное движение, плавность и равномерность хода установки.

Наконец, газотурбинные установки имеют большую, по сравнению с ДВС, единичную мощность (десятки и сотни киловатт).

Недостаток ГТУ - их КПД ниже, чем для ДВС.

Газотурбинные установки можно разделить по характеру подвода тепла на два типа, - ГТУ с подводом тепла при постоянном давлении, и ГТУ с подводом тепла при постоянном объеме.

### 1.13.2. ЦИКЛ ГТУ С ПОДВОДОМ ТЕПЛА ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ

Схема ГТУ представлена на рисунке 1.44, а термодинамический цикл в рабочей и тепловой диаграммах на рисунке 1.45.

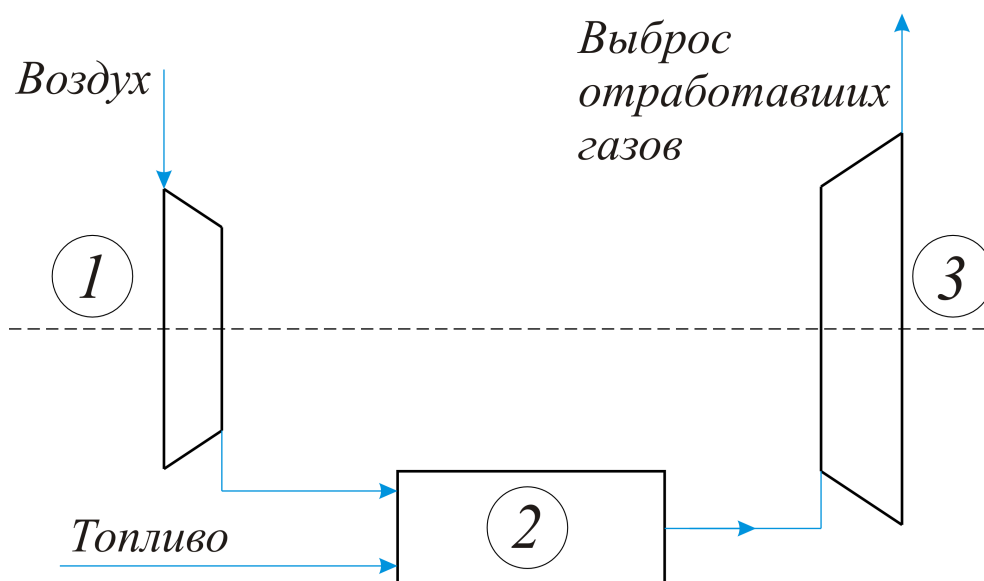


Рис.1.44. Схема ГТУ включает следующие элементы: компрессор 1, камеру горения 2, газовую турбину 3, работающую на привод электрогенератора (на рисунке не показан)

Для рис. 1.45 отметим классические процессы, составляющие цикл ГТУ.

1-2 - адиабатное сжатие воздуха в компрессоре, после чего воздух поступает в камеру горения;

2-3 - горение топлива при постоянном давлении (подвод тепла);

3-4 - адиабатный процесс расширения продуктов сгорания в газовой турбине, получение работы;

4-1 - выброс продуктов сгорания в окружающую среду (в атмосферу).

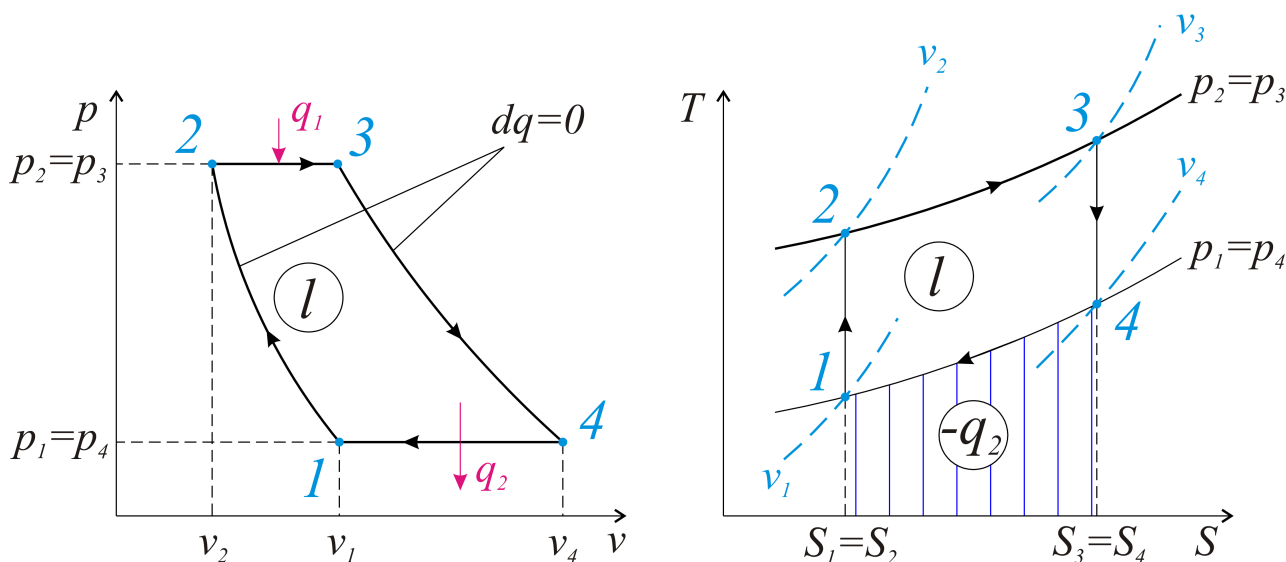


Рис. 1.45. Цикл ГТУ с подводом тепла при постоянном давлении

Термический КПД рассматриваемого цикла

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{C_p(T_4 - T_1)}{C_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_1} - \frac{T_2}{T_1}}$$

Введем конструктивные характеристики для цикла ГТУ.

1.  $\beta = \frac{p_2}{p_1}$  — *степень повышения давления* (в компрессоре);
2.  $y = \frac{T_3}{T_1}$  — *степень повышения температуры* в ГТУ.

По сути, это отношение максимальной температуры в цикле (см.  $TS$ -диаграмму) к минимальной, т.е.

$$\frac{T_3}{T_1} = \frac{T_{\max}}{T_{\min}}$$

Запишем отношение температур через конструктивные характеристики. Так, для процесса 1-2,

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \beta^{\frac{k-1}{k}}$$

В адиабатном процессе 3-4



$$\left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \beta^{\frac{k-1}{k}}, \quad \text{или} \quad \frac{T_4}{T_3} = \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}}.$$

Учитывая, что  $\frac{T_3}{T_1} = y$ , получим следующее:

$$\frac{T_4}{T_3} \cdot \frac{T_3}{T_1} = \frac{T_4}{T_1} = \frac{y}{\beta^{\frac{k-1}{k}}}.$$

Подставим это в формулу для термического КПД.

$$\eta_t = 1 - \frac{\left(\frac{y}{\beta^{\frac{k-1}{k}}}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}{y - \beta^{\frac{k-1}{k}}} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}}.$$

КПД ГТУ увеличивается с ростом  $\beta$ , или, проще говоря, с ростом давления на выходе из компрессора. Практически термический КПД цикла ГТУ составляет примерно 20...25%. Одним из эффективных способов повышения КПД является регенерация тепла. В самом деле, неразумно выбрасывать в атмосферу отработавшие продукты сгорания с достаточно высокой температурой. Полезнее направить их на подогрев воздуха, который затем поступит в камеру горения, рисунок 1.46.

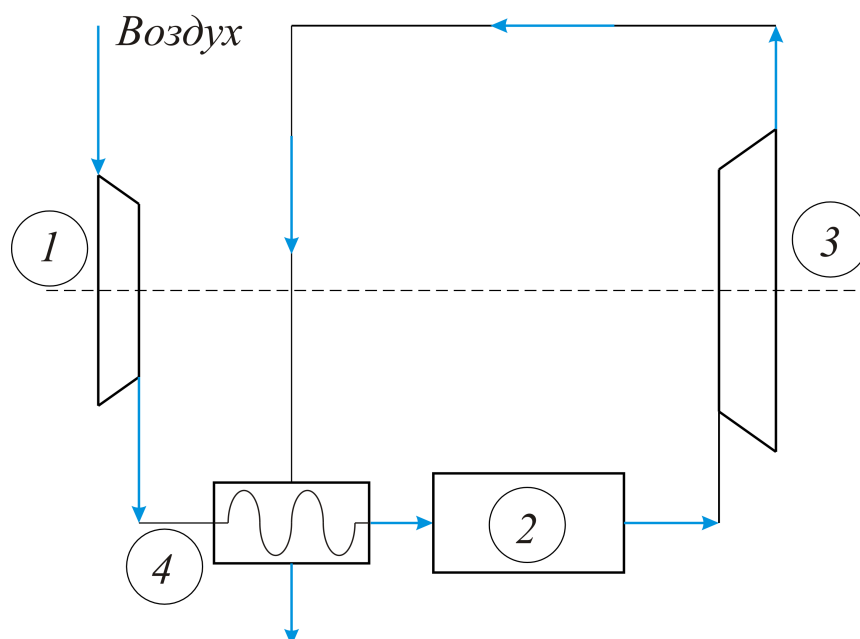


Рис.1.46.Схема ГТУ с регенерацией тепла. Отработавшие в газовой турбине продукты сгорания часть тепла передают сжатому воздуху в теплообменнике 4

Цикл ГТУ с регенерацией показан на диаграммах, рисунок 1.47.

В идеальном случае регенерации можно было бы передать воздуху тепло в количестве

$$q = C_p(T_4 - T_2).$$

В действительности передается только часть этого тепла, т.е. возвращаемое, регенерируемое, количество тепла

$$q_{рег} = \sigma \cdot C_p(T_4 - T_2),$$

где  $\sigma$  - коэффициент регенерации тепла.

Обычно его значение находится в пределах 0,5...0,7.

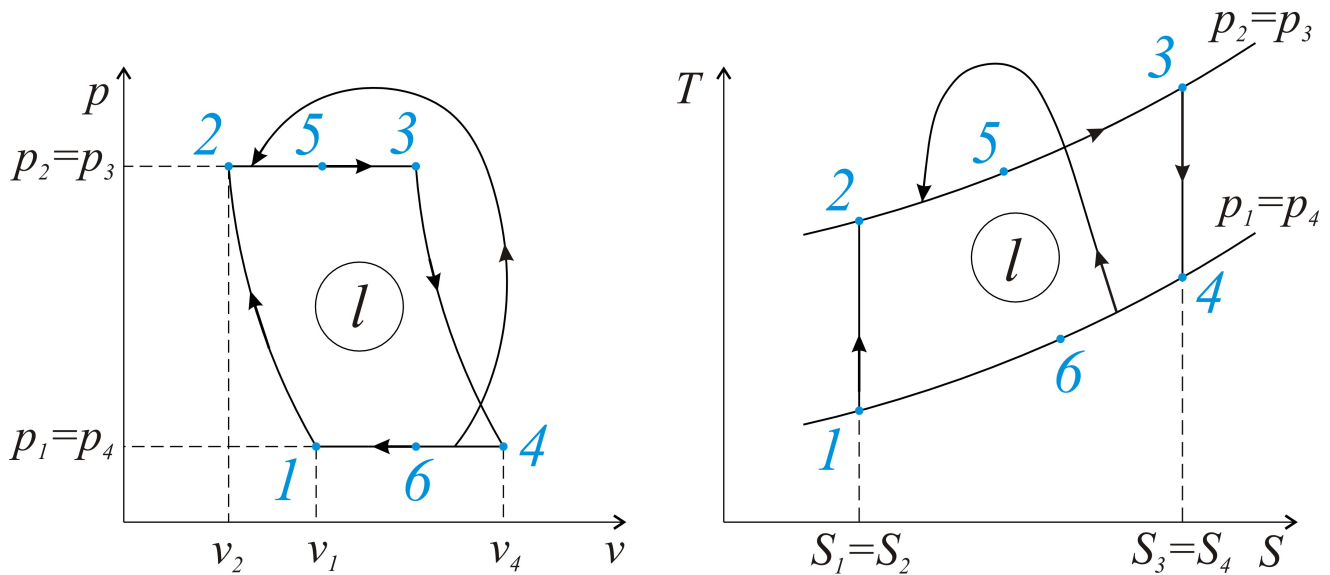


Рис.1.47. Тепло, отведенное в процессе 4-6, отдается воздуху после компрессора, процесс 2-5

Тепло, подводимое за счет сжигания топлива, уменьшается до

$$q_1 = C_p(T_3 - T_2) - C_p \cdot \sigma(T_4 - T_2),$$

а тепло, отводимое в таком цикле,

$$q_2 = C_p(T_4 - T_1) - C_p \cdot \sigma(T_4 - T_2).$$

Общий КПД при использовании регенерации возрастает на 2-3%.

### 1.13.3. ЦИКЛ ГТУ С ПОДВОДОМ ТЕПЛА ПРИ ПОСТОЯННОМ ОБЪЕМЕ

Топливо сгорает в этом цикле в замкнутом объеме, рисунок 1.48, что способствует повышению давления продуктов сгорания, поступающих в газовую турбину. Покажем цикл ГТУ в рабочей и тепловой диаграммах, рисунок 1.49.

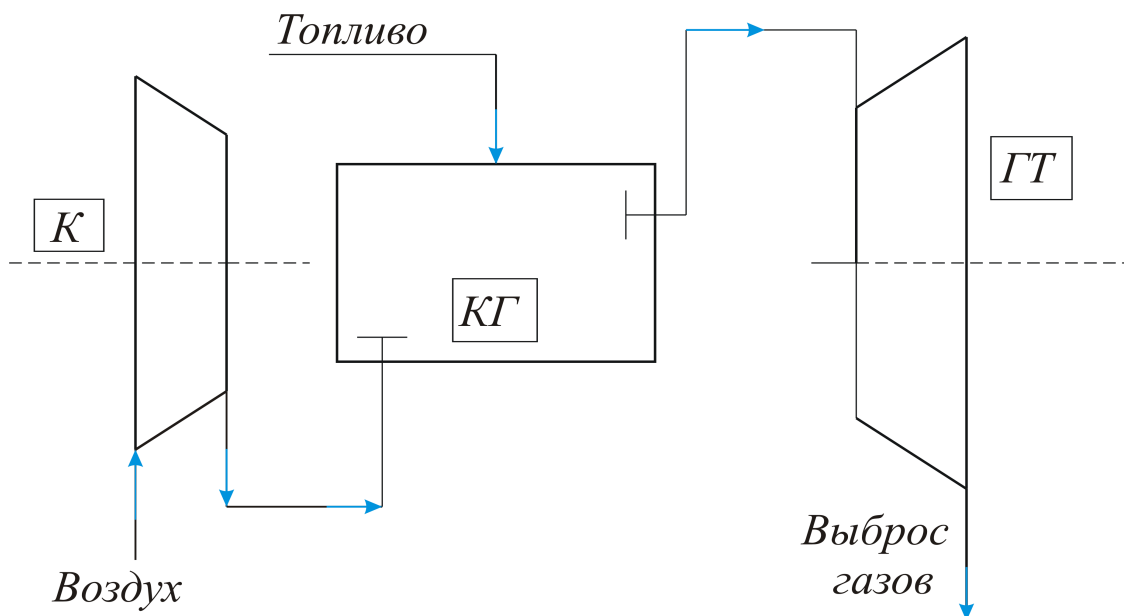


Рис.1.48. Схема ГТУ с подводом тепла при постоянном объеме:  
*K* – компрессор; *KG* - камера горения; *GT* - газовая турбина

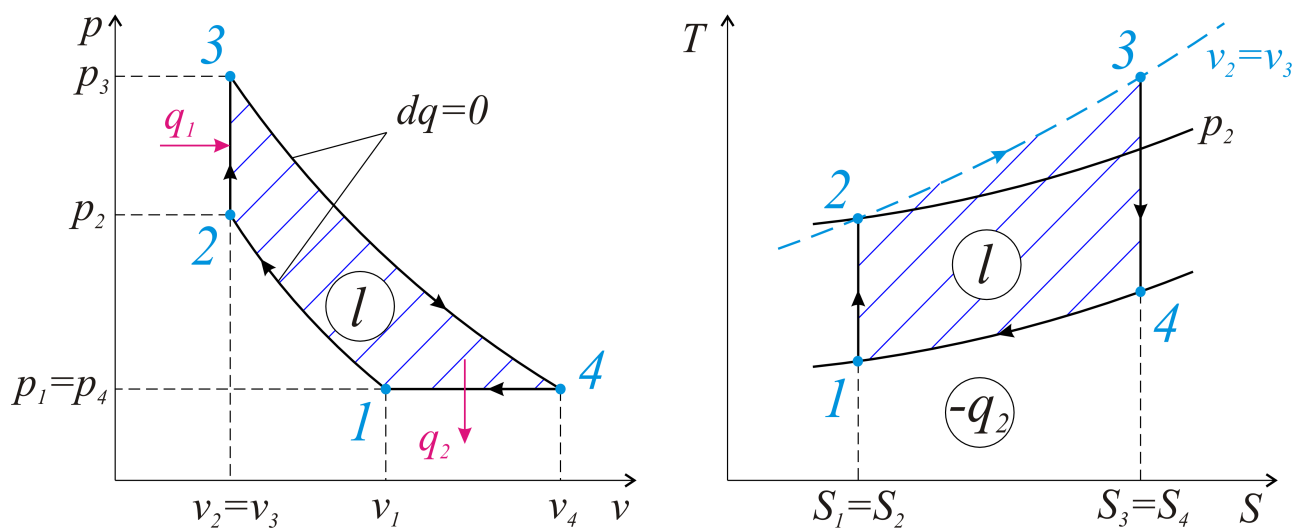


Рис.1.49. Цикл ГТУ с подводом тепла при постоянном объеме в *pν* и *TS* - диаграммах

Подводимое в изохорном процессе тепло

$$q_1 = C_v(T_3 - T_2),$$

отводимое в изобарном -

$$q_2 = C_p(T_4 - T_1).$$

Термический КПД цикла

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{C_p(T_4 - T_1)}{C_v(T_3 - T_2)} = 1 - k \cdot \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - k \cdot \frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_1} - \frac{T_2}{T_1}}.$$

Обозначив степень повышения давления при сжатии  $\beta = \frac{p_2}{p_1}$ , а в камере

горения  $\lambda = \frac{p_3}{p_2}$  и используя формулы известных процессов, запишем отношение температур:

- для процесса 1-2

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \beta^{\frac{k-1}{k}},$$

- для изохорного 2-3

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} = \lambda,$$

$$\frac{T_3}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} = \lambda \cdot \beta^{\frac{k-1}{k}},$$

- для адиабатного 3-4

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{p_2}{p_3}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{1}{(\lambda \cdot \beta)^{\frac{k-1}{k}}},$$

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_4}{T_3} \cdot \frac{T_3}{T_1} = \lambda^{\frac{1}{k}}.$$

Тогда термический КПД цикла,

$$\eta_t = 1 - \frac{k}{\beta^{\frac{k-1}{k}}} \cdot \frac{\lambda^{\frac{1}{k}} - 1}{\lambda - 1},$$

как видно из этой формулы, возрастает с увеличением  $\beta$  и  $\lambda$ . На практике их значения ограничены максимальной температурой газа, поступающего в турбину.

В целом, однако, как отмечалось ранее, КПД газотурбинных установок заметно меньше, чем для двигателей внутреннего сгорания (ДВС).

## 1.14. ЦИКЛЫ ПАРОСИЛОВЫХ УСТАНОВОК (ПСУ)

### 1.14.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ. ВОДЯНОЙ ПАР

В современной энергетике основными двигателями, приводящими во вращение электрогенераторы для получения электрической энергии, являются паровые турбины. Рабочим телом является водяной пар.

*Водяной пар* - это реальный газ, находящийся вблизи состояния насыщения.

Процесс перехода жидкости в пар при постоянной температуре (и давлении) называется *парообразованием*.

*Кипением* назовем парообразование, происходящее по всему объему жидкости, а *конденсацией* - процесс, обратный парообразованию.

Рассмотрим  $p\nu$ - диаграмму воды и водяного пара, рисунок 1.50.

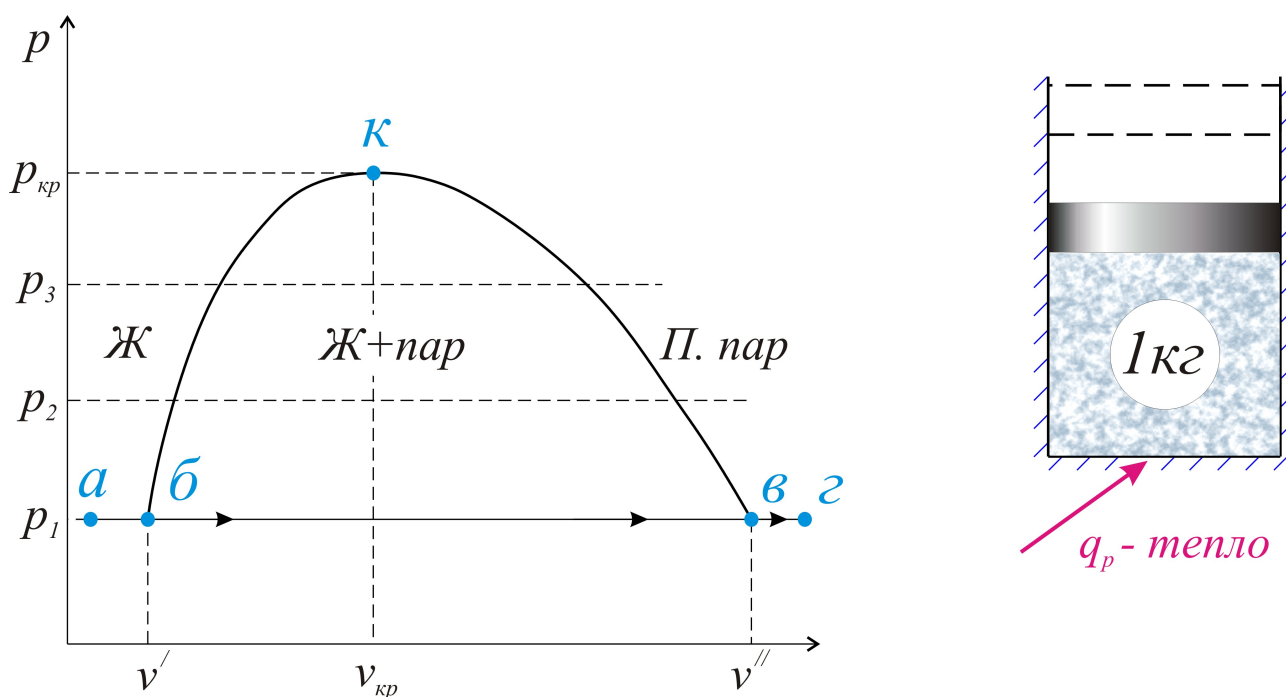


Рис.1.50. Капельную (обычную) жидкость следует нагреть до кипения (точка  $б$ ), затем всю превратить в пар (точка  $в$ ), и полученный пар перегреть. Это состояние - перегретый пар - и есть, собственно, рабочее вещество для паровой турбины

На диаграмме показаны три линии давления,  $p_3 > p_2 > p_1$ . Считаем давление  $p_1$  равным атмосферному. Жидкость (1 кг) нагреваем до кипения,

после чего объем смеси (жидкости и пара) начинает быстро увеличиваться, и образующийся пар занимает значительно больший объем по сравнению с жидкостью,  $v'' \gg v'$ .

При большом давлении образующийся пар будет занимать все меньший объем (точки д, е на диаграмме). Наконец, при определенном давлении жидкость и пар неразличимы. Это известно из физики критическое состояние вещества. Для воды параметры в критической точке следующие: давление  $p_{кр} = 221,29 \text{ бар}$ , удельный объем  $v_{кр} = 0,00326 \text{ м}^3/\text{кг}$ , температура  $t = 374,15^\circ\text{C}$ .

Пар, находящийся в равновесии с кипящей жидкостью, является насыщенным (например, точка б). Температуру такого равновесия называют *температурой насыщения*, и она напрямую связана с давлением насыщения, т.е.  $t_n = f(p_n)$ . Смесь кипящей жидкости и сухого насыщенного пара называется *мокрым* или *влажным паром*. Для параметров кипящей жидкости используются обозначения с одним штрихом -  $i'$ ,  $v'$ ,  $S'$  и т.д., а для сухого пара - с двумя штрихами:  $i''$ ,  $v''$ ,  $S''$  и т.д. При температуре, превышающей температуру насыщения, пар является *перегретым*. На рисунке 1.51 обозначены области и линии для приведенных определений.

Здесь *I* - область недогретой жидкости (т.е. жидкость попросту не кипит);

*I* - линия кипящей жидкости (линия насыщения);

*II* - область влажного пара (смесь кипящей жидкости и сухого пара);

2 - линия сухого насыщенного пара;

*III* - область пара перегретого.

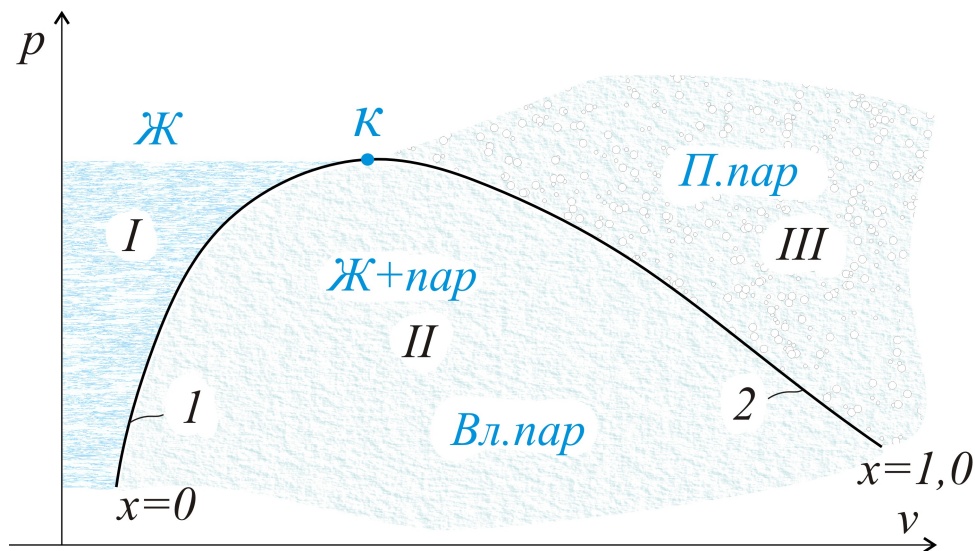


Рис.1.51. Пограничные линии *1к* и *к2* позволяют дать однозначные определения состояниям воды и водяного пара

Для дальнейших расчетов необходимо знать параметры недогретой жидкости *I*, кипящей жидкости *I*, влажного пара *II*, пара сухого насыщенного 2 и перегретого пара *III*.

Параметры жидкости - это ее плотность  $\rho'$ , или удельный объем  $v' = \frac{1}{\rho'}$ , определяются, в основном, экспериментально, так же, как и зависимость температуры насыщения (кипения) от давления. Для сухого насыщения пара термические параметры определяются опытным путем, и важнейшей величиной при этом является теплота парообразования, т.е. количество тепла, необходимого для перехода из состояние 1 в состояние 2.

Для изобарного процесса парообразования подводимое тепло  $q = \Delta i = i_2 - i_1$  или, с использованием обозначений, приведенных выше,

$$q = i'' - i' = r,$$

где  $r$  - теплота парообразования.

Энтропия также связана с теплотой парообразования, поскольку при постоянном давлении (и температуре) для элементарного процесса

$$dS = \frac{dq}{T},$$

для конечного

$$\Delta S = \frac{\Delta q}{T} = \frac{r}{T},$$

т.е. при парообразовании разность

$$S'' - S' = \frac{r}{T}.$$

Отметим, что в критической точке для воды  $r=0$ ,  $S''=S'$ , равно как и  $i''=i'$ . Расчет параметров состояния влажного пара производят, исходя из определения, что в 1 кг этого пара находится  $x$  кг пара сухого насыщенного, а остальное,  $(x-1)$  кг, - это количество кипящей жидкости. В соответствии с этим разделением  $x$  представляет не что иное, как степень сухости пара, т.е. на линии кипящей жидкости  $x=0$ , на линии сухого насыщенного пара  $x=1$ .

Пограничные линии в диаграмме соответствуют  $x=0$  и  $x=1$ , см. рис. 1.51. Чтобы определить, например, удельный объем, следует сложить фактический объем сухого насыщенного  $xv''$  и объем кипящей жидкости  $(1-x)v'$ , т.е.

$$v = xv'' + (1-x)v' = v' + x(v'' - v').$$

Аналогично для энтальпии влажного пара

$$i = xi'' + (1-x)i' = i' + x(i'' - i'),$$

для энтропии

$$S = x S' + (1-x) S'' = S' + x (S'' - S').$$

Для степени сухости полезны три формулы, вытекающие из последних уравнений:

$$x = \frac{v - v'}{v'' - v'},$$

$$x = \frac{i - i'}{i'' - i'},$$

$$x = \frac{S - S'}{S'' - S'}.$$

Для пара перегретого, занимающего область III, см. рисунок 1.51, которая распространяется вправо и выше точки критической, поле значений параметров по сути является бесконечным. В самом деле, любому конкретному давлению и температуре (выше температуры насыщения) соответствует состояние (точка), для которой следует знать все параметры. Итак, как можно определить состояние воды и водяного пара? Проще всего - по таблицам. В этих таблицах представлены следующие величины:

$i$  - энтальпия;

$i'$  - энтальпия кипящей воды, кДж/кг;

$i''$  - энтальпия насыщенного пара, кДж/кг;

$p$  - абсолютное давление пара, бар;

$r$  - теплота парообразования, кДж/кг;

$S$  - энтропия, кДж/кг·°К;

$S'$  - энтропия кипящей воды, кДж/кг·°К;

$S''$  - энтропия насыщенного пара, кДж/кг·°К;

$t$  - температура, °С;

$T$  - абсолютная температура, °К;

$v$  - удельный объем, м<sup>3</sup>/кг;

$v'$  - удельный объем кипящей воды, м<sup>3</sup>/кг;

$v''$  - удельный объем насыщенного пара, м<sup>3</sup>/кг;

$\rho$  - плотность насыщенного пара, кг/м<sup>3</sup>, (табл 1.2; 1.3).

Укажем также параметры критического состояния воды и водяного пара.

Температура..... 374,15 °С.

Давление..... 221,29 бар.

Удельный объем..... 0,00326  $\frac{м^3}{кг}$ .

Энтальпия..... 2100  $\frac{кДж}{кг}$ .



Энтропия.....  $4,430 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{°K}}$ .

Приводим, в качестве примера, несколько строчек из этих таблиц.

Таблица 1.2

Состояние насыщения воды по температурам

| t   | T      | p        | v'        | v''      | ρ''      | i'     | i''  | r      | S'     | S''    |
|---|--------|----------|-----------|----------|----------|--------|------|--------|--------|--------|
| 0,01                                      | 273,16 | 0,006108 | 0,0010002 | 206,3    | 0,004847 | 0      | 2501 | 2501   | 0      | 9,1544 |
| 1   | 274,15 | 0,006566 | 0,0010001 | 192,6    | 0,005192 | 4,22   | 2502 | 2490   | 0,0154 | 9,1281 |
| 5   | 278,15 | 0,008719 | 0,0010001 | 147,2    | 0,006793 | 21,05  | 2510 | 2489   | 0,0762 | 9,0241 |
| 10  | 283,15 | 0,012277 | 0,0010004 | 106,42   | 0,009398 | 42,04  | 2519 | 2477   | 0,1510 | 8,8994 |
| ... и т.д., по целым значениям температур |        |          |           |          |          |        |      |        |        |        |
| 90  | 363,15 | 0,7011   | 0,0010359 | 2,361    | 0,4235   | 377,0  | 2659 | 2282   | 1,1925 | 7,4787 |
| 100                                       | 373,15 | 1,0132   | 0,0010435 | 1,673    | 0,5977   | 419,1  | 2676 | 2257   | 1,3071 | 7,3547 |
| 120                                       | 393,15 | 1,9854   | 0,0010603 | 0,8917   | 1,121    | 503,7  | 2706 | 2202   | 1,5277 | 7,1298 |
| 140                                       | 413,15 | 3,614    | 0,0010798 | 0,5087   | 1,966    | 589,0  | 2734 | 2145   | 1,7392 | 6,9304 |
| ...                                       |        |          |           |          |          |        |      |        |        |        |
| 280                                       | 553,15 | 64,19    | 0,0013321 | 0,03013  | 33,19    | 1236,9 | 2773 | 1542,9 | 3,0681 | 5,8573 |
| 300                                       | 573,15 | 85,92    | 0,0014036 | 0,02164  | 46,21    | 1344,9 | 2749 | 1404,2 | 3,2548 | 5,7049 |
| 350                                       | 623,15 | 165,37   | 0,001741  | 0,008803 | 113,6    | 1671   | 2565 | 893,5  | 3,7786 | 5,2117 |
| 374                                       | 647,15 | 220,87   | 0,00280   | 0,00347  | 288      | 2032   | 2147 | 114,7  | 4,3258 | 4,5029 |
| 374,15                                    |        | 221,29   |           |          |          |        |      |        |        |        |

Таблица заканчивается в точке критического состояния воды.

Таблица 1.3

Состояние насыщения воды по давлениям

| p                                       | t      | v'        | v''    | ρ''     | i'     | i''  | r     | S'     | S''   |  |
|---|--------|-----------|--------|---------|--------|------|-------|--------|-------|--|
| 0,010                                   | 6,92   | 0,0010001 | 129,9  | 0,00770 | 29,32  | 2513 | 2484  | 0,1054 | 8,975 |  |
| 0,050                                   | 32,88  | 0,0010053 | 28,19  | 0,03547 | 137,82 | 2561 | 2423  | 0,4761 | 8,293 |  |
| 0,10                                    | 45,84  | 0,0010103 | 14,68  | 0,06812 | 191,9  | 2584 | 2392  | 0,6492 | 8,149 |  |
| ... и т.д., по целым значениям давления |        |           |        |         |        |      |       |        |       |  |
| 1,00                                    | 99,64  | 0,0010432 | 1,694  | 0,5903  | 417,4  | 2675 | 2258  | 1,3026 | 7,360 |  |
| 1,5                                     | 111,38 | 0,0010527 | 1,159  | 0,8627  | 467,2  | 2695 | 2226  | 1,4336 | 7,223 |  |
| 2,0                                     | 120,23 | 0,0010605 | 0,8854 | 1,129   | 504,8  | 2707 | 2202  | 1,5302 | 7,127 |  |
| ...                                     |        |           |        |         |        |      |       |        |       |  |
| 10,0                                    | 179,88 | 0,0011273 | 0,1946 | 5,139   | 762,7  | 2778 | 2015  | 2,138  | 5,587 |  |
| 15,0                                    | 198,28 | 0,0011539 | 0,1370 | 7,593   | 844,6  | 2792 | 1947  | 2,314  | 6,445 |  |
| 20,0                                    | 212,37 | 0,0011766 | 0,0996 | 10,041  | 908,5  | 2799 | 1891  | 2,447  | 6,340 |  |
| ...                                     |        |           |        |         |        |      |       |        |       |  |
| 180,0                                   | 356,96 | 0,001837  | 0,0075 | 133,2   | 1732   | 2610 | 778,2 | 3,871  | 5,107 |  |
| 220,0                                   | 373,7  | 0,00273   | 0,0037 | 272,5   | 2016   | 2168 | 152   | 4,303  | 4,591 |  |
| 221,29                                  | 374,15 |           |        |         |        |      |       |        |       |  |

Таблица заканчивается в той же точке критического состояния воды.

Заметим, что таблицы 1.2 и 1.3 описывают одни и те же состояния - насыщения и сухого пара, т.е. с помощью этих таблиц можно просчитать любые параметры пара влажного, как смеси кипящей жидкости,  $x=0$ , и пара сухого насыщенного,  $x=1,0$ . Наконец, для воды и перегретого водяного пара все параметры записаны в самой подробной таблице, малую толику которой приводим ниже, (табл. 1.4; 1.4\*).

Таблица 1.4

Вода и перегретый пар

| p 0,04       |           |             |        | 0,08        |       |             | 0,10        |       |             |
|--------------|-----------|-------------|--------|-------------|-------|-------------|-------------|-------|-------------|
| $t_s=28,979$ |           | $i''=2554$  |        | $t_s=41,54$ |       | $i''=2576$  | $T_s=45,84$ |       | $i''=2584$  |
| $v''=34,81$  |           | $S''=8,473$ |        | $v''=18,10$ |       | $S''=8,227$ | $v''=14,68$ |       | $S''=8,149$ |
| t            | v         | i           | S      | v           | i     | S           | v           | i     | S           |
| 20           | 0,0010018 | 83,7        | 0,2964 | 0,0010018   | 183,7 | 0,2964      | 0,0010018   | 83,7  | 0,2964      |
| 40           | 36,12     | 2574        | 8,537  | 0,0010079   | 167,5 | 0,5715      | 0,0010079   | 167,5 | 0,5715      |
| 60           | 38,45     | 2612        | 8,651  | 19,19       | 2612  | 8,331       | 13,35       | 2611  | 8,227       |

Здесь  $t_s$  обозначена как температура насыщения. Все параметры над горизонтальной двойной линией - это параметры воды, параметры под линией - это параметры перегретого пара.

Таблица 1.4\*

Вода и перегретый пар

| p 0,50      |           |             |        | 1,0         |       |             | 5,0          |       |             |
|-------------|-----------|-------------|--------|-------------|-------|-------------|--------------|-------|-------------|
| $t_s=81,35$ |           | $i''=2645$  |        | $t_s=99,64$ |       | $i''=2675$  | $t_s=151,84$ |       | $i''=2749$  |
| $v''=3,239$ |           | $S''=7,593$ |        | $v''=1,694$ |       | $S''=7,360$ | $v''=0,3747$ |       | $S''=6,828$ |
| t           | v         | i           | S      | v           | i     | S           | v            | i     | S           |
| 20          | 0,0010018 | 83,8        | 0,2964 | 0,0010018   | 83,9  | 0,2964      | 0,0010016    | 84,2  | 0,2964      |
| 40          | 0,001079  | 167,6       | 0,5715 | 0,0010079   | 167,5 | 0,5715      | 0,0010077    | 167,8 | 0,5716      |
| 60          | 0,0010171 | 251,1       | 0,8307 | 0,0010171   | 251,1 | 0,8307      | 0,0010169    | 251,4 | 0,8302      |
| 80          | 0,0010290 | 334,9       | 1,0748 | 0,0010289   | 334,9 | 1,0748      | 0,0010287    | 335,1 | 1,0744      |
| 100         | 3,420     | 2683        | 7,693  | 1,695       | 2676  | 7,361       | 0,0010433    | 419,1 | 1,3063      |
| 120         | 3,608     | 2772        | 7,795  | 1,795       | 2717  | 7,465       | 0,0010901    | 503,7 | 1,5265      |
| 140         | 3,795     | 2761        | 7,890  | 1,889       | 2757  | 7,562       | 0,0010797    | 589,1 | 1,7380      |
| 160         | 3,982     | 2799        | 7,981  | 1,984       | 2796  | 7,654       | 0,3839       | 2767  | 6,864       |

и т.д.

**Пример 9.** Полезным будет привести несколько простых примеров в такой задаче: определить состояние воды или пара для следующих параметров.

1.  $p=0,01$  бар,  $t=6,92^\circ\text{C}$ .

Обратимся к таблице 1.2, первая строка,  $p=0,01$  бар,  $t=6,92^\circ\text{C}$ . Это состояние насыщения воды.

2.  $p=1$  бар,  $t=90^\circ\text{C}$ . По этой же таблице 1.2 находим, что температура насыщения должна составлять при этом  $99,64^\circ\text{C}$ . Т.е. при температуре  $90^\circ$  вода еще не кипит; это просто капельная жидкость, которая не должна кипеть. По нашим определениям - это недогретая жидкость (т.е. обычная вода, не догретая до кипения).

3.  $p=1 \text{ бар}$ ,  $t=100^\circ\text{C}$ .

По таблице 1.2 параметры состояния насыщения  $p_1=1 \text{ бар}$ ,  $t=99,64^\circ\text{C}$  ниже заданных, т.е. пар при указанных выше параметрах является перегретым.

4. Энтальпия  $i=2000 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$  при давлении  $p=10 \text{ бар}$ .

Из таблицы 1.2 можно сделать заключение, что  $i' < i < i''$ , что соответствует влажному пару, т.е. заданная энтальпия пара

$$i = i' + x(i'' - i'),$$

а степень сухости пара

$$x = \frac{i - i'}{i'' - i'} = \frac{2000 - 762,7}{2778 - 762,7} = 0,6.$$

### 1.14.2. ДИАГРАММЫ ВОДЯНОГО ПАРА

Основными диаграммами для водяного пара являются рабочая, рис.1.52 а, тепловая диаграмма  $TS$ , рис. 1.52, б, а также  $iS$  – диаграмма, рис.1.52, в.

В принципе, каждую из этих диаграмм можно построить с помощью таблиц 1.1, 1.2, 1.3 воды и водяного пара.

Приведем некоторые пояснения.

На  $p\nu$  - диаграмме  $p_3 > p_2 > p_1$ , так же, как и  $T_3 > T_2 > T_1$ .

Верхняя точка для пограничных кривых со степенью сухости  $x=0$  и  $x=1$  соответствует критическому состоянию вещества, точка  $к$ .

Для нее справедливы указанные ранее значения  $p_{кр}$  и  $T_{кр}$ .

В области влажного пара линии  $p$  и  $T$  совпадают, это изобарные процессы парообразования. Это положение справедливо и для двух других диаграмм.

В тепловой диаграмме линии  $p$  и  $\nu$  в области перегретого пара весьма близки к логарифмическим кривым. В этой части диаграммы – полная аналогия с диаграммой идеального газа.

Принимая во внимание одну из формул для степени сухости, например,

$$x = \frac{S - S'}{S'' - S'},$$

можно показать, что точки одинаковой степени сухости получаются на линиях давления (и температуры) в области влажного пара простым делением на 10 частей, если это линии степени сухости от 0 до 1,0.

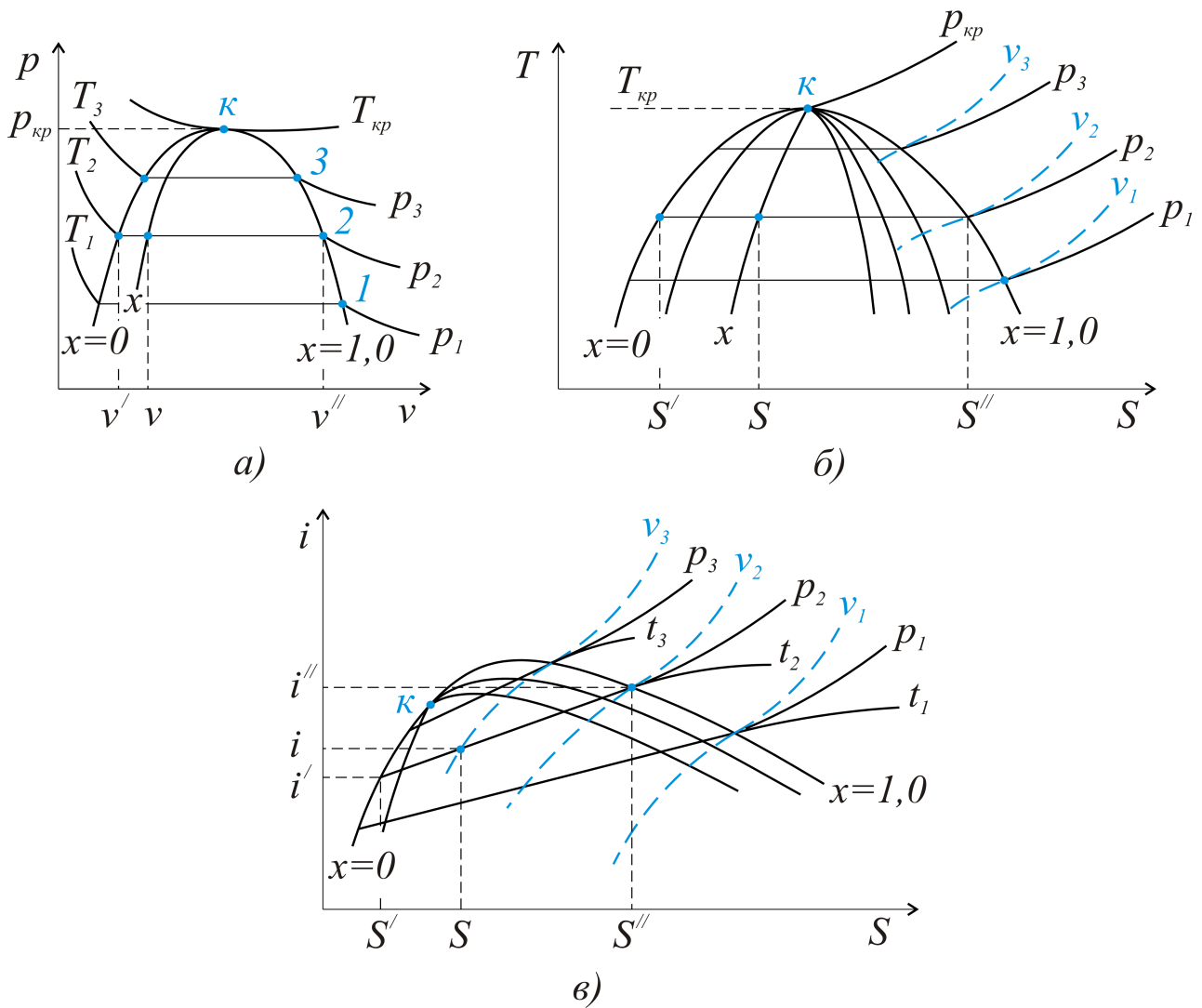


Рис. 1.52. Основные диаграммы воды и водяного пара а) рабочая  $p-v$ -диаграмма, б) тепловая  $T-S$ -диаграмма, в)  $iS$ -диаграмма,  $i \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$  энтальпия

Обратимся к  $iS$  – диаграмме. Те же пограничные кривые  $x=0$  и  $x=1$ ; такая же формула для степени сухости  $x = \frac{i-i'}{i''-i'}$ . Расположение линий  $p_1 > p_2 > p_3$  и  $v_1 < v_2 < v_3$  практически соответствует идеальному газу. Линия температур, например, при  $t_2 = f(p_2)$ , совпадающая с линией давления в области влажного пара, с понижением давления в области пара перегретого отклоняется вверх и вправо, переходя практически в горизонталь при малых давлениях, когда зависимость  $i = f(t)$  становится однозначно – линейной. Можно показать, что в области влажного пара линии  $i = f(t)$  – прямые.

В самом деле, для изобарного процесса парообразования  $dS = \frac{dq_p}{T} = \frac{di}{T}$ ,

или  $\left(\frac{\partial i}{\partial S}\right)_p = T$ , причем с увеличением температуры ( $t_1 > t_2 > t_3$ ,

см. рис. 1.52, в) производная  $\left(\frac{\partial i}{\partial S}\right)_p$  возрастает. Линии давления в области влажного пара идут круче по мере увеличения температуры (и связанного с ней давления). Приведем и другое доказательство. Если энтропия в любой точке влажного пара  $S = S' + x \frac{r}{T} = S' + x \frac{i'' - i'}{T}$ , а из формулы степени сухости,  $x = \frac{i - i'}{i'' - i'}$ , разность  $i'' - i' = \frac{i - i'}{x}$ , то  $S = S' + \frac{i - i'}{T}$ , откуда энтальпия,  $i = i' + T(S - S')$ , является линейной функцией энтропии  $S$ .

### 1.14.3. РАСЧЕТ ПРОЦЕССОВ ПАРА

1. Изобарный процесс  $p = idem$ . Покажем произвольный изобарный процесс с подводом тепла в  $p-v$ -,  $T-S$ - и  $iS$ - диаграммах, рис. 1.53.

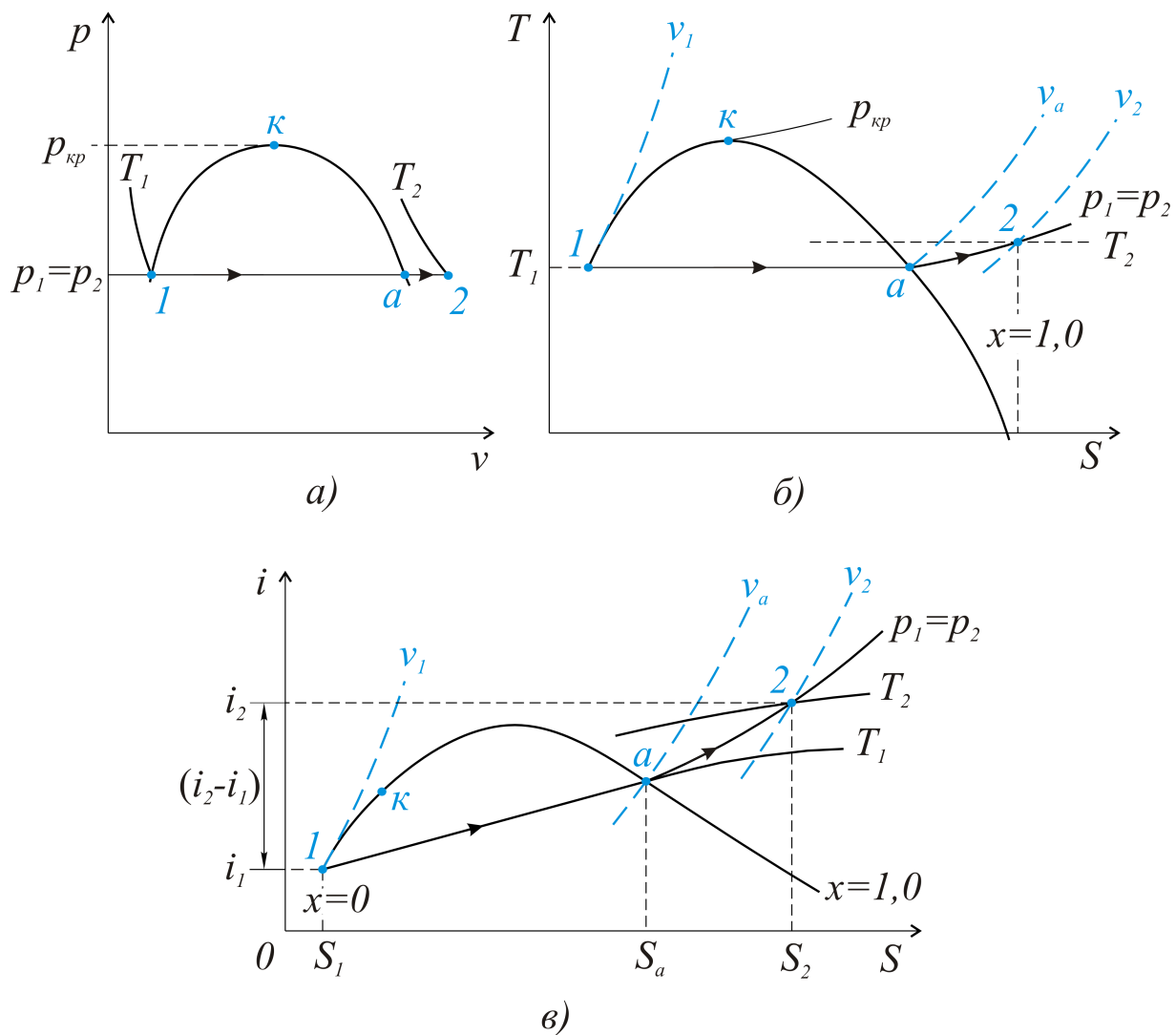


Рис. 1.53. Показан процесс изобарного перехода из состояния насыщения (точка 1) в состояние пара перегретого (точка 2)

Определим тепло, подводимое в изобарном процессе, используя первый закон термодинамики

$$q = i_2 - i_1 + l.$$

С учетом того, что внешняя работа

$$l = - \int_{p_1}^{p_2} v dp = 0,$$

определим тепло в изобарном процессе,

$$q = i_2 - i_1,$$

как разность энтальпий в конечном и начальном состояниях.

Расчет проще всего произвести с помощью  $iS$  - диаграммы.

2. Адиабатный процесс,  $dq=0$ , или  $S = idem$ .

В адиабатном процессе, рисунок 1.54, важной величиной является работа, т.е. при  $q=0$  из того же первого закона термодинамики  $l = i_1 - i_2$ .

Работа, получаемая в адиабатном процессе, равна разности энтальпий в начальном и конечном состояниях.

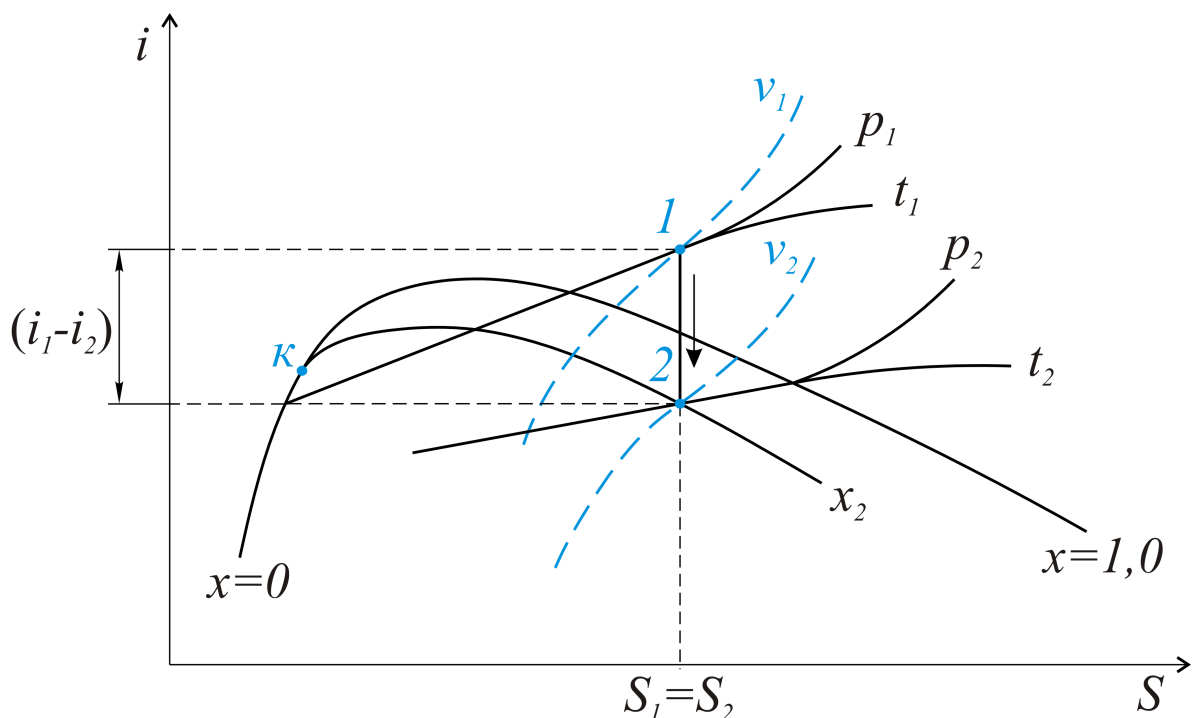


Рис. 1.54. При постоянной энтропии адиабатный процесс – это вертикальная линия от давления  $p_1$  (точка 1) до давления  $p_2$  (точка 2)

#### 1.14.4. ЦИКЛЫ ПАРОСИЛОВЫХ УСТАНОВОК

Паросиловые установки (ПСУ), использующие в качестве рабочего тела перегретый водяной пар, составляют в настоящее время основу электроэнергетики.

Простейшим циклом ПСУ является *цикл Ренкина*. Схема паросиловой установки представлена на рис. 1.55, а тепловой цикл, осуществляемый в ПСУ, на рис. 1.56, в тепловой  $TS$ -диаграмме и в диаграмме  $iS$ .

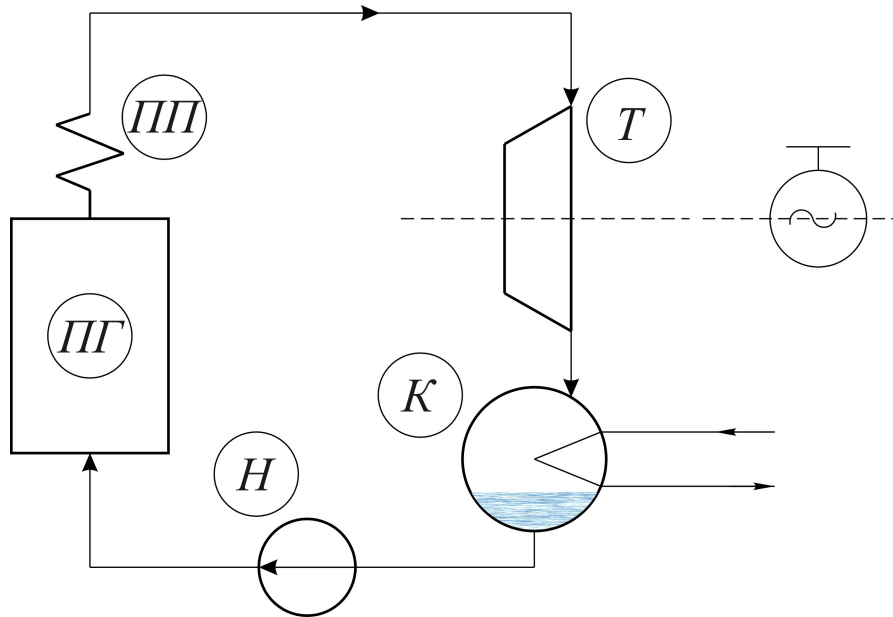


Рис. 1.55. Важнейшими элементами этой схемы, в которой можно осуществить цикл Ренкина, являются: ПГ – парогенератор; ПП – пароперегреватель; Т – паровая турбина, работающая на электрогенератор; К – конденсатор отработавшего пара; Н – насос, подающий конденсат (воду) в парогенератор

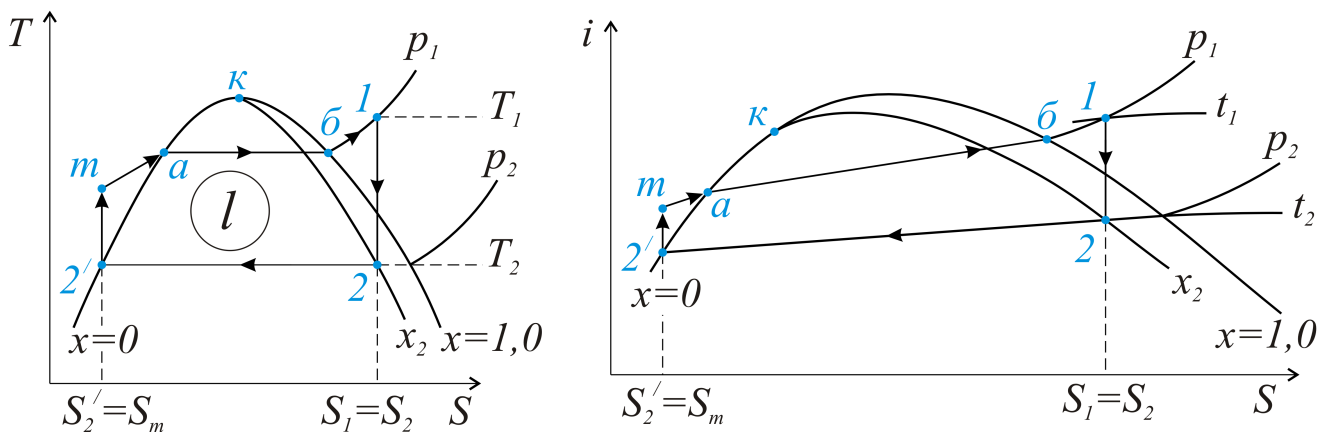


Рис. 1.56. Цикл Ренкина в диаграммах  $TS$  и  $iS$

Поясним все процессы, составляющие цикл Ренкина.

1–2 – это адиабатный процесс расширения пара в турбине, в котором получается работа  $l=i_1-i_2$ ;

$2-2'$  - конденсация пара в конденсаторе;

$2'-m$  - адиабатный процесс повышения давления в насосе;

$таб1$  - подвод тепла в парогенераторе;

$та$  - подогрев жидкости до температуры кипения при давлении  $p_1$ ;

$аб$  - парообразование;

$б-1$  - перегрев пара.

Используя общее выражение для термического КПД,

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1},$$

запишем для цикла Ренкина

$$\eta_t = 1 - \frac{i_2 - i_2'}{i_1 - i_m} = \frac{(i_1 - i_2) - (i_m - i_2')}{i_1 - i_m}.$$

В последней формуле КПД в числителе работа цикла  $l = i_1 - i_2 - (i_m - i_2')$ , а в знаменателе – количество подводимого в цикле тепла  $q_1 = i_1 - i_m$ .

Расширению используемого в цикле интервала температур способствовало бы увеличение температуры перегретого пара  $t_1$  (и давления  $p_1$  одновременно) и снижение температуры (и давления  $p_2$ ) в конденсаторе.

Именно эти меры ведут к увеличению термического КПД цикла.

Практически, однако, температура  $l$  (порядка  $545-565^\circ\text{C}$ ) ограничена эксплуатационными возможностями ПСУ, т.е. прочностью и теплостойкостью используемых материалов, а давление в конденсаторе – температурой обычной воды, подаваемой в этот теплообменник.

В современных ПСУ давление в конденсаторе  $p_2 = 0,035 \dots 0,04 \text{ бар}$ , что соответствует температуре конденсации  $26-30^\circ\text{C}$ .

Работа, затрачиваемая в насосе,  $(i_m - i_2')$ , весьма мала, по сравнению, например с  $l = i_1 - i_2$ , поэтому в дальнейшем примем  $i_m = i_2'$ , т.е. попросту совместим эти точки.

Цикл Ренкина можно усовершенствовать, применив промежуточный (вторичный) перегрев пара.

Схема ПСУ, в которой можно осуществить такой цикл, приведена на рисунке 1.57, а цикл в  $TS$  - и  $iS$  - координатах – на рисунке 1.58.



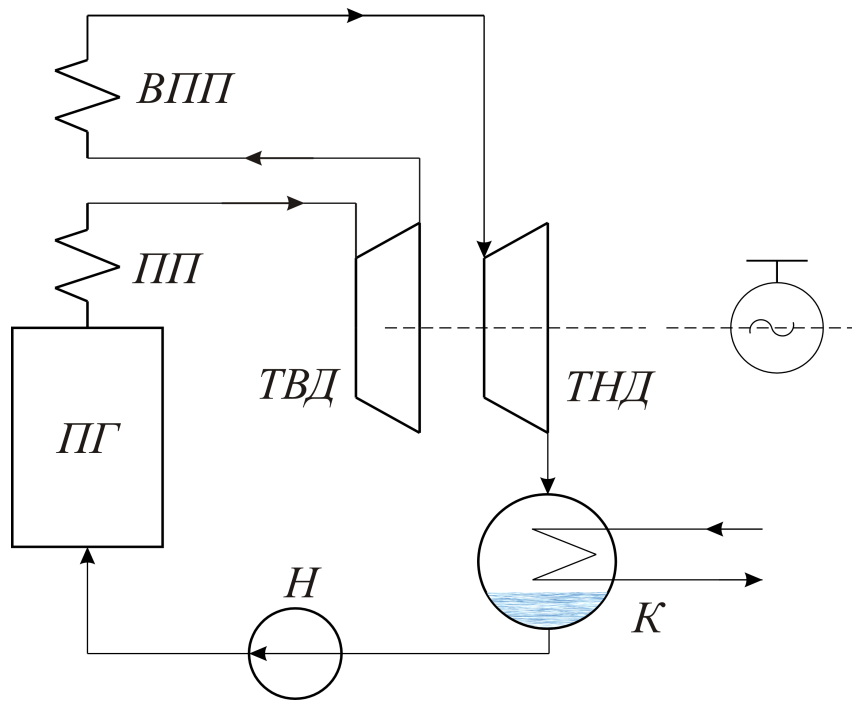


Рис.1.57. Схема ПСУ с промежуточным перегревом пара: ПГ – парогенератор; ПП – пароперегреватель; ВПП – вторичный пароперегреватель (конструктивно – это все в парогенераторе); ТВД – турбина высокого давления; ТНД – турбина низкого давления; Н – насос

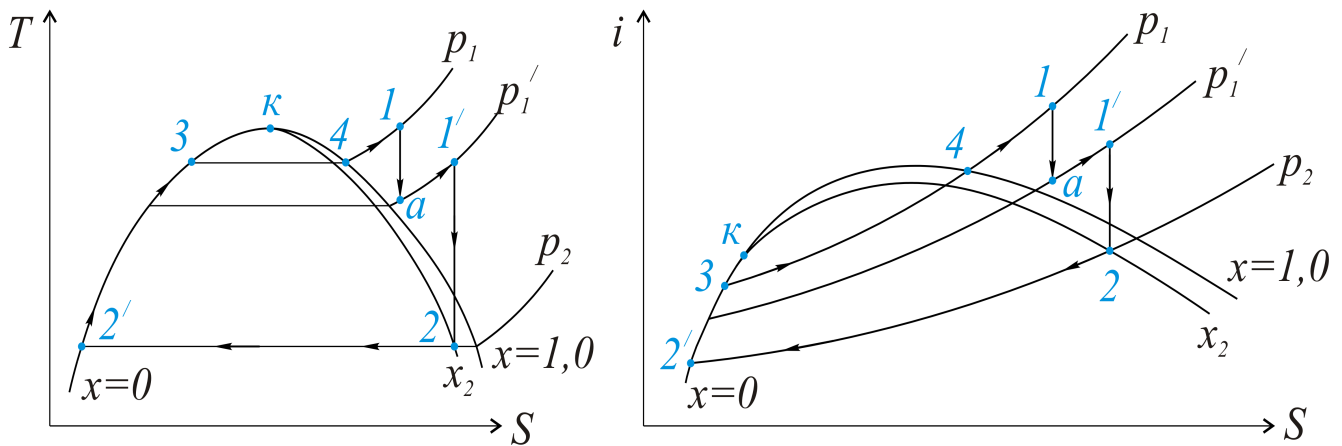


Рис.1.58. Цикл ПСУ с промежуточным перегревом пара

Пояснения к этому циклу следующие.

1-а – получение работы в турбине высокого давления;

а1' - перегрев пара во вторичном пароперегревателе;

1'2 – работа пара в турбине низкого давления;

2-2'- конденсация отработавшего пара;

2'341 – нагрев воды (процесс 2'-3), парообразование(3-4) и перегрев пара (4-1). При правильном выборе давления вторичного перегрева пара термический КПД цикла ПСУ повышается на 2...3%. При этом средняя

температура подвода тепла в процессе  $al'$  должна быть выше, чем в процессе  $2'-1$ . Термический КПД такого цикла

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{i_2 - i_2'}{(i_1 - i_2') + (i_1' - i_a)}, \quad \text{или} \quad \eta_t = \frac{l}{q_1} = \frac{(i_1 - i_a) + (i_1' - i_2)}{(i_1 - i_2') + (i_1' - i_a)}.$$

При высоких давлениях перегретого пара иногда целесообразно введение двукратного перегрева пара. Правда, при этом очевидны конструктивные сложности для ПСУ в целом.

#### 1.14.5. ТЕПЛОФИКАЦИОННЫЙ ЦИКЛ ПСУ

Этот цикл используется на тепловых электростанциях (ТЭЦ) при одновременном получении электрической и тепловой энергии. Схема ПСУ с регулируемым отбором пара показана на рисунке 1.59, а цикл в тепловой диаграмме - на рисунке 1.60. Приведем некоторые пояснения для цикла, в котором:

$1-0$  - адиабатный процесс расширения пара в турбине высокого давления;  
 $0-2$  - расширение пара в турбине низкого давления с количеством пара  $(D - D_{om}) \frac{кг}{с}$ . Общий КПД теплофикационного цикла заметно выше, чем для цикла Ренкина, за счет использования части пара на отопление.

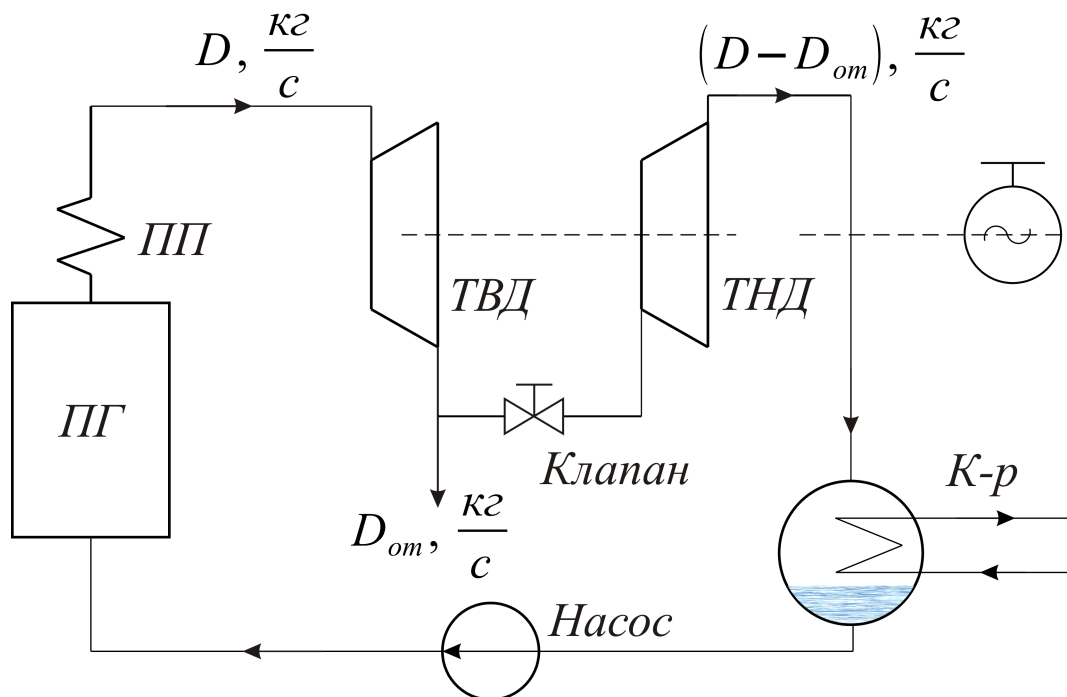


Рис.1.59. Схема ПСУ с регулируемым отбором пара:

Из общего расхода пара  $D$  кг/с часть пара  $D_{om}$  идет в отбор (на отопление).

После турбины высокого давления  $ТВД$  в турбину низкого давления поступает уже меньшее количество пара  $(D - D_{om})$ . Остальные обозначения на схеме – прежние:  $ПГ$  – парогенератор,  $ПП$  – пароперегреватель, насос, конденсатор, электрогенератор; новое – это регулирующийся клапан (вентиль) между турбинами

Мощность паросиловой установки в целом можно определить как

$$N = D(i_1 - i_0) + (D - D_{от})(i_0 - i_2), \quad [\text{кВт}].$$

где  $D, \frac{\text{кг}}{\text{с}}$ , - общий расход пара;

$D_{от}, \frac{\text{кг}}{\text{с}}$ , - расход пара на отопление;

$i, \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$ , - энтальпия пара в точках 1, 0, 2.

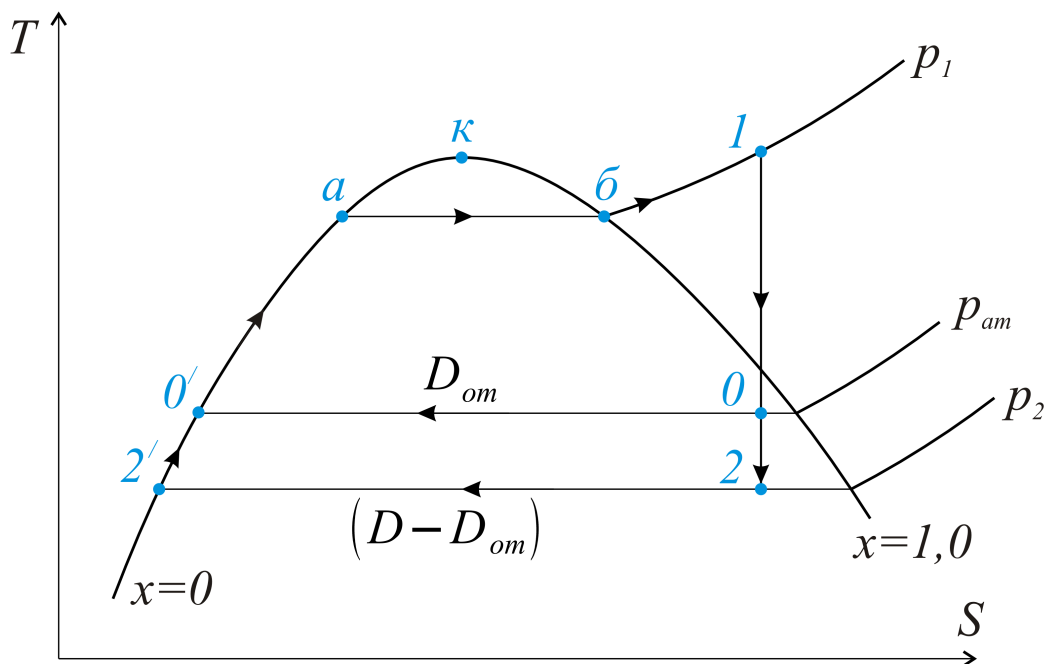


Рис.1.60. Теплофикационный цикл в  $TS$  – диаграмме

## 1.15. ЦИКЛЫ ХОЛОДИЛЬНЫХ МАШИН

### 1.15.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Холодильные машины используются для получения искусственного холода, при затрате определенного количества работы.

Принципиальное положение состоит в том, что цикл холодильной машины осуществляется как обратный по сравнению с циклом теплового двигателя.

Идеальным циклом холодильной машины можно считать обращенный цикл Карно, рисунок 1.61.

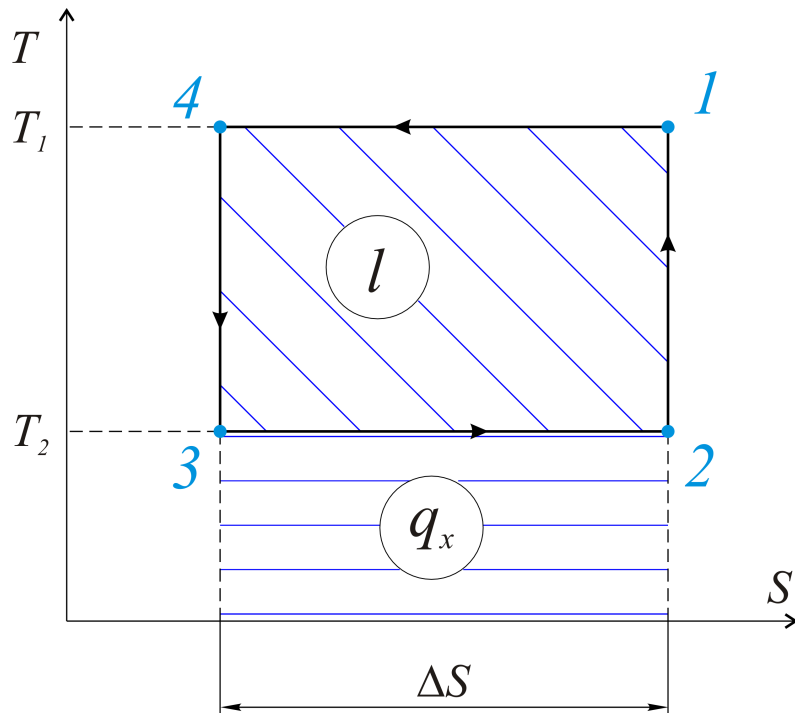


Рис.1.61. Обращенный цикл Карно – идеальный цикл холодильной машины

Степень совершенства холодильной машины оценивается ее *холодильным коэффициентом*

$$\varepsilon = \frac{q_x}{l},$$

где  $q_x$  - количество получаемого холода;  
 $l$  - работа, затраченная в холодильной машине.

С учетом расхода рабочего тела в машине  $D, \frac{\text{кг}}{\text{с}}$ , можно записать холодильный коэффициент

$$\varepsilon = \frac{q_x \cdot D}{l \cdot D} = \frac{Q_x}{N},$$

где  $Q_x \frac{\text{кДж}}{\text{с}}$  - количество полученного холода;

$N \frac{\text{кДж}}{\text{с}}$  - мощность, затрачиваемая в холодильной машине, кВт.

### 1.15.2. СХЕМА И ЦИКЛ ПАРОКОМПРЕССИОННОЙ ХОЛОДИЛЬНОЙ МАШИНЫ

Рабочим телом (веществом) в парокомпрессионных холодильных машинах служат аммиак, фреоны, растворы солей  $\text{NaCl}$ ,  $\text{CaCl}_2$  и т.д.

Схема такой машины представлена на рисунке 1.62., а цикл в тепловой диаграмме – на рисунке 1.63.

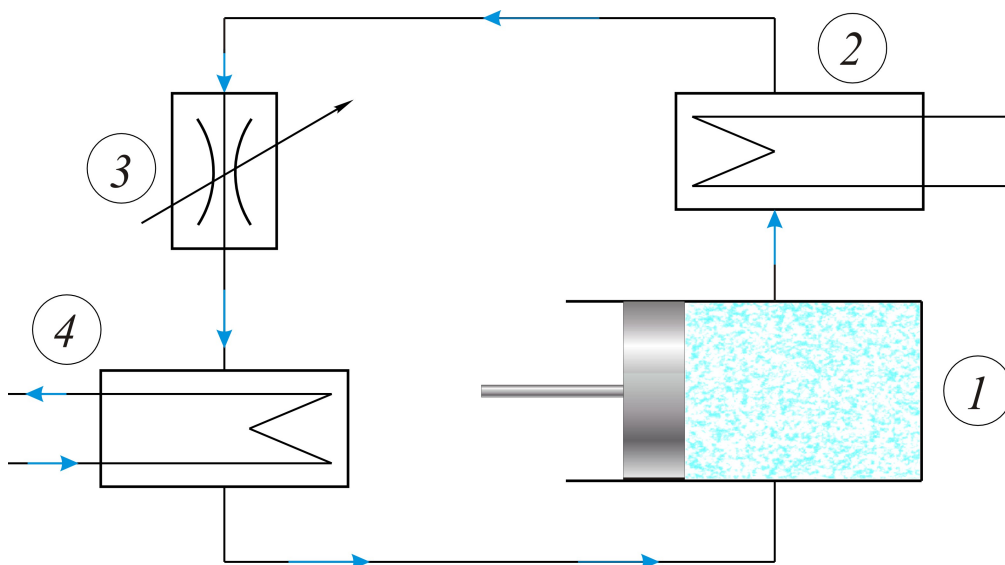


Рис. 1.62. Схема парокомпрессионной холодильной установки

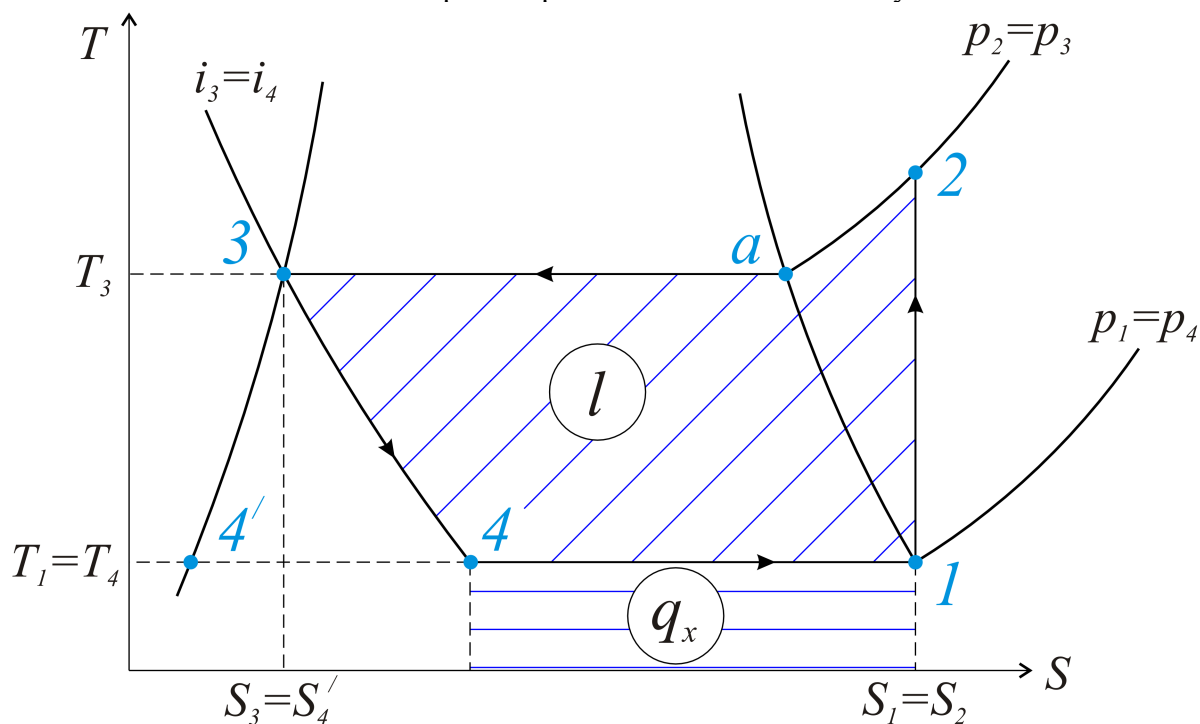


Рис.1.63. Цикл парокомпрессионной холодильной машины в тепловой  $TS$  – диаграмме

В этой установке компрессор  $1$  сжимает пар в адиабатном процессе от давления  $p_1$  до  $p_2$ .

Перегретый пар в состоянии  $2$  поступает в конденсатор и отдает тепло в процессе  $2a3$ .

Жидкость после конденсатора (состояние 3) поступает в дроссельный клапан ДК (иначе – регулирующей вентиль), где процесс дросселирования является изоэнтальпийным.

Простейшее доказательство этого – первый закон термодинамики,  $q=i_2-i_1+l$ , в котором  $q=0$  и  $l=0$  (работы нет),  $i_2=i_1$ , или, в наших обозначениях,  $i_3=i_4$ .

Процесс 3-4, являясь необратимым, ближе к реальному, по сравнению с чисто адиабатным расширением 3-4'.

Смесь жидкости и пара (рабочего вещества) поступает в испаритель 4, где принимает тепло в изобарном (и одновременно изотермическом) процессе 4-1.

Именно в процессе 4-1 от рассола (в испарителе 4) отбирается количество тепла  $q_x$ , равное *холодопроизводительности*:

$$q_x = i_1 - i_4, \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

Фактическая затрата работы при адиабатном сжатии рабочего тела в компрессоре

$$l = i_2 - i_1, \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

Тогда холодильный коэффициент

$$\varepsilon = \frac{q_x}{l} = \frac{i_1 - i_4}{i_2 - i_1}.$$

Отвод тепла происходит в процессе 2-3:

$$q_m = i_2 - i_3.$$

При адиабатном дросселировании, как уже отмечено,  $i_3=i_4$ . Уравнение теплового баланса холодильной машины может быть представлено в виде:

$$q_x + l = (i_1 - i_4) + (i_2 - i_1) = i_2 - i_4 = i_2 - i_3 = q_m, \\ q_m = q_x + l.$$

Приведем далее пример расчета парокompрессионной холодильной машины.

**Пример 10.** Рабочее тело в холодильной машине – аммиак.

Схема представлена на рисунке 1.64, а цикл в тепловой диаграмме на рисунке 1.65.

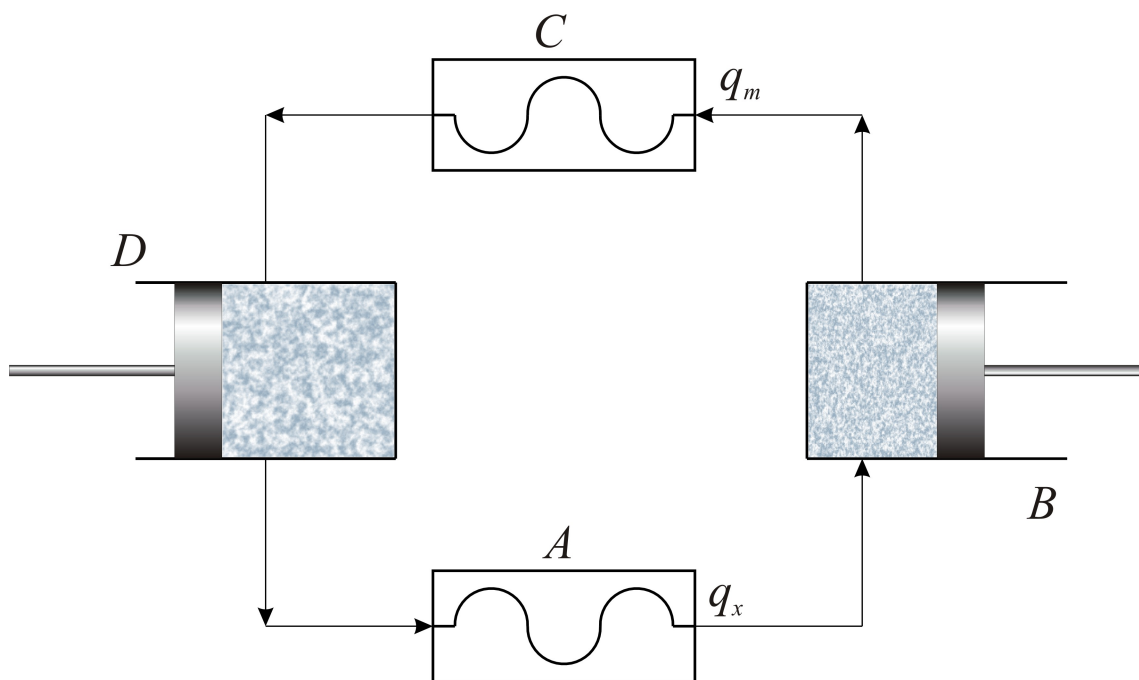


Рис.1.64. Схема парокомпрессионной аммиачной холодильной установки: *A* – охлаждаемое помещение; *B* – компрессор; *C* – конденсатор; *D* – расширительный цилиндр

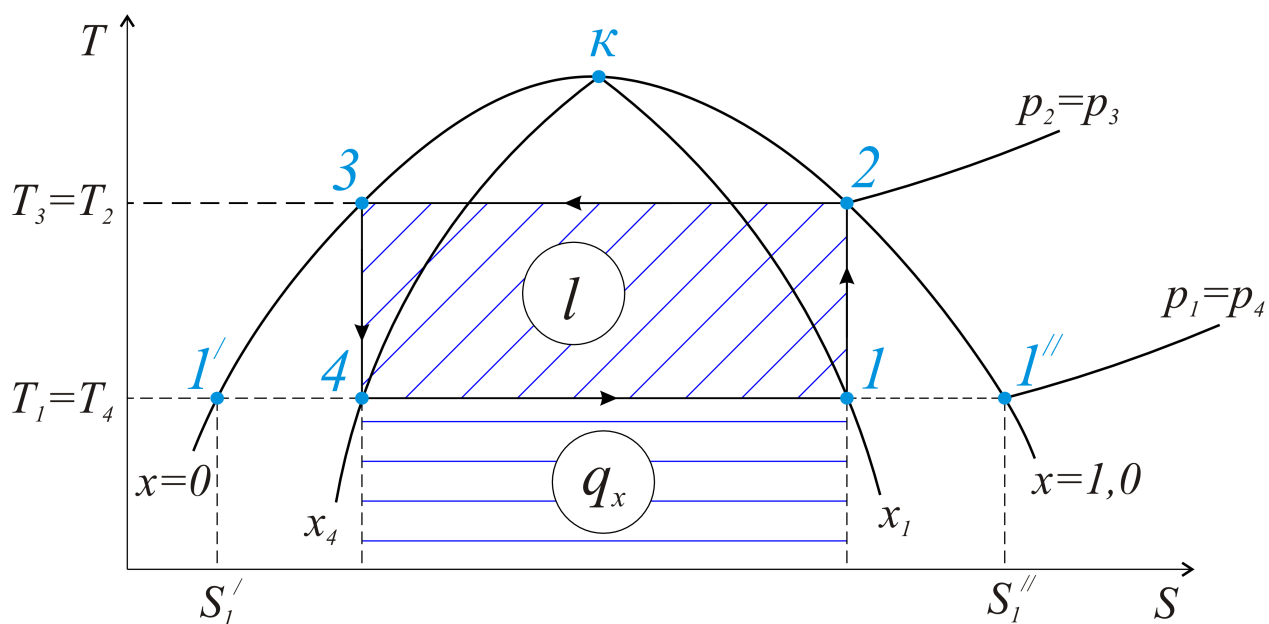


Рис.1.65. Цикл холодильной машины в тепловой диаграмме

Пар аммиака поступает в компрессор при температуре  $t_1 = -10^\circ\text{C}$ , где сжимается до температуры  $t_2 = 20^\circ\text{C}$ , когда степень сухости  $x_2 = 1$ .

В конденсаторе *C* аммиак превращается в жидкость, а потом в расширительном цилиндре адиабатно охлаждается до температуры  $t_1$ .

При этой же температуре аммиак поступает в охлаждаемое помещение *A*, где испаряется до состояния влажного пара со степенью сухости  $x_1$ .

Определить холодопроизводительность аммиака, тепловую нагрузку конденсатора, затраченную работу в цикле и холодильный коэффициент установки.

Для решения используем несколько строчек из таблицы – насыщенный пар аммиака NH<sub>3</sub> (полностью – в учебниках по термодинамике), табл.1.5.

Таблица 1.5

Насыщенный пар аммиака

| $t, ^\circ C$ | $p, \text{МПа}$ | $v', \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$ | $v'', \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$ | $S', \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ | $S'', \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ | $i', \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$ | $i'', \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$ | $r, \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$ |
|---------------|-----------------|------------------------------------|-------------------------------------|---|--|------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| -10           | 0,2909          | 0,001534                           | 0,418                               | 4,0164  | 8,9438   | 372,6                              | 1669,3                              | 1296,6                            |
| ...           |                 |                                    |                                     |   |  |                                    |                                     |                                   |
| +20           | 0,8582          | 0,001639                           | 0,149                               | 4,5155  | 8,5658   | 512,5                              | 1699,4                              | 1186,9                            |

Холодопроизводительность аммиака в расчете на 1 кг рабочего тела,

$$q_x = i_1 - i_4 = r(x_1 - x_4).$$

При температуре  $t_1 = -10^\circ C$  теплота парообразования  $r = 1296,6 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$ .

Значения степени сухости  $x_1$  и  $x_4$  определим аналитически, имея в виду условия:  $S_1 = S_2$  и  $S_3 = S_4$ . Заметим, что процесс адиабатного расширения 3-4 в этом цикле заменяет процесс изохнтальпийного дросселирования (тот, что рассмотрен в цикле парокompрессионной холодильной машины ранее).

Запишем энтропию кипящей жидкости при  $(-10^\circ C)$   $S_1' = 4,0164 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ , сухого насыщенного пара  $S_1'' = 8,9438 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$ .

Для состояний 2 и 3, что расположены на пограничных кривых, при температуре  $+20^\circ C$ ,

$$S_3 = S' = 4,5155 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}},$$

$$S_2 = S'' = 8,5658 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Определим степени сухости пара в точках 1 и 4.

$$x_1 = \frac{S_2'' - S_1'}{S_1'' - S_1'} = \frac{8,5658 - 4,0164}{8,9438 - 4,0164} = 0,925,$$

$$x_4 = \frac{S_3' - S_1'}{S_1'' - S_1'} = \frac{4,5155 - 4,0164}{8,9438 - 4,0164} = 0,1015.$$



Холодопроизводительность установки

$$q_x = r(x_1 - x_4) = 1296,6(0,925 - 0,1015) = 1067,8 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

Количество тепла, отдаваемого в конденсаторе с охлаждающей водой,

$$q_{2-3} = i_2 - i_3 = r_2.$$

Теплота испарения (здесь - конденсации) при температуре  $20^\circ\text{C}$  составляет  $r = 1186,9 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$ .

Тогда работа, затраченная в цикле,

$$l = q_{2-3} - q_x = 1186,9 - 1067,8 = 119,1 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}},$$

а холодильный коэффициент

$$\varepsilon = \frac{q_x}{l} = \frac{1067,8}{119,1} = 8,96.$$

### 1.15.3. СХЕМА И ЦИКЛ ГАЗОВОЙ ХОЛОДИЛЬНОЙ МАШИНЫ

В парокомпрессионных холодильных машинах можно получить минимальную температуру рабочего тела ( $-30 \dots -80^\circ\text{C}$ ).

С помощью многоступенчатой установки, которая, конечно, будет громоздкой и сложной в эксплуатации, достигается и более низкая температура.

Однако глубокое охлаждение проще получить с помощью газовой холодильной машины, схема которой приведена на рисунке 1.66, а цикл ее в  $p$ - $v$ - и  $TS$ - координатах – на рисунке 1.67, *а*, *б*.

Приводим пояснения к этим рисункам.

В компрессоре 1 осуществляется адиабатный 1-2 процесс сжатия воздуха.

Сжатый и, следовательно, нагретый воздух поступает в теплообменник 2, где и охлаждается в изобарном 2-3 процессе.

Затем газ расширяется в детандере 3, и вследствие его расширения температура резко падает – это адиабатный процесс 3-4.

Это холодное рабочее тело (воздух) направляется в камеру получения холода (по сути, это тоже теплообменник), где результатом и является получение холода  $q_x$ .

Отношение этого холода к затраченной в цикле работе является холодильным коэффициентом.

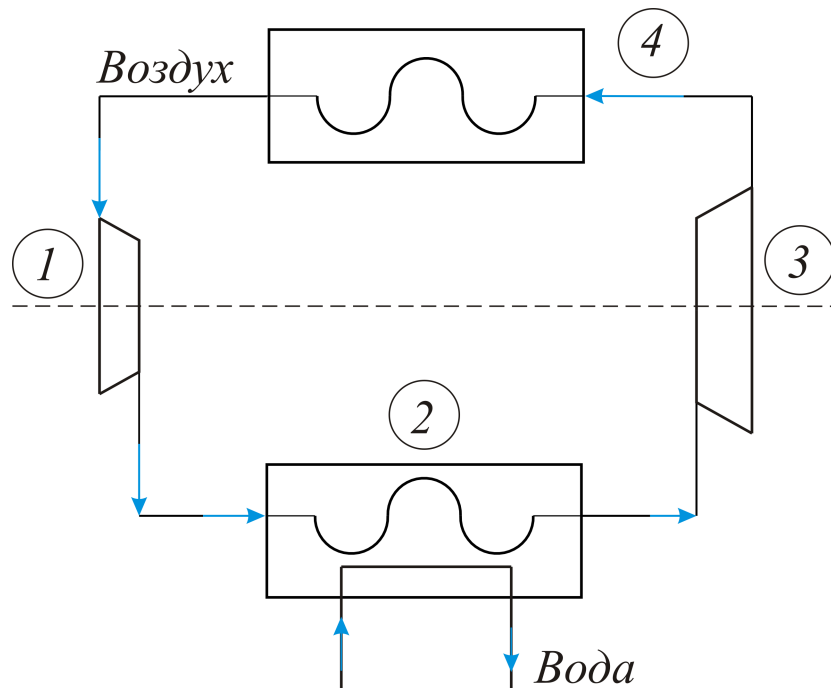


Рис.1.66. Схема газовой холодильной машины: 1-компрессор, 2-теплообменник для охлаждения сжатого воздуха; 3-расширитель-детандер воздуха с одновременным его охлаждением; 4-камера получения холода

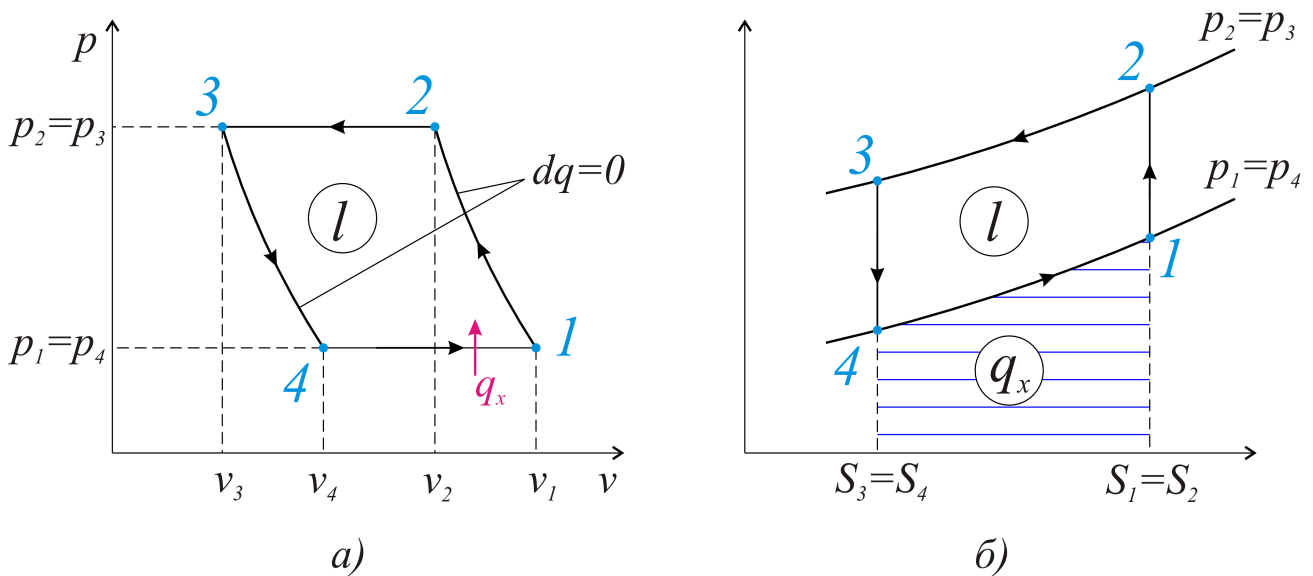


Рис.1.67. Цикл газовой холодильной машины: а) рабочая диаграмма; б) тепловая диаграмма

Решим следующую задачу.

**Пример 11.** Определить холодильный коэффициент приведенного выше цикла воздушной холодильной машины, если на входе в компрессор давление  $p_1=1$  бар, температура  $t_1=-10^\circ\text{C}$ , на выходе из компрессора давление  $p_2=5$  бар.

Температура воздуха после охладителя (теплообменника 2)  $t_3=10^\circ\text{C}$ .

Изобарную теплоемкость воздуха принять равной  $C_p=1\frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot\text{K}}$ .

Решение. Запишем абсолютные температуры,

$$T_1=273-10=263^\circ\text{K},$$

$$T_3=273+10=283^\circ\text{K}.$$

Используя формулы для адиабатного процесса, получим, что в конце сжатия в компрессоре

$$T_2=T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}=263\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}}=416^\circ\text{K},$$

а после расширения в детандере

$$T_4=T_3\left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{k-1}{k}}=283\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}}=179^\circ\text{K}.$$

В компрессоре затрачивается работа

$$l_k=i_2-i_1=C_p(T_2-T_1)=1(416-263)=153\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

В детандере (процесс 3-4) получается работа

$$l_D=i_3-i_4=C_p(T_3-T_4)=1(283-179)=104\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

Работа, затраченная в теоретическом цикле,

$$l=l_k-l_D=153-104=49\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

Количество полученного холода в расчете на 1 кг рабочего вещества,

$$q_x=i_1-i_4=C_p(T_1-T_4)=1(263-179)=84\frac{\text{кДж}}{\text{кг}},$$

а холодильный коэффициент цикла холодильной машины

$$\varepsilon=\frac{q_x}{l}=\frac{84}{49}=1,79.$$

## 1.16. ВЛАЖНЫЙ ВОЗДУХ

### 1.16.1. ОБЩИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЛАЖНОГО ВОЗДУХА

Окружающая нас воздушная среда всегда является влажным воздухом, который представляет смесь сухого воздуха и находящегося в нем водяного пара.

Во всех технологических процессах, связанных с подогревом воздуха, который используется для сушки каких-либо материалов (от сушки ткани до сушки железнодорожных шпал или других материалов), все тепловые расчеты связаны с использованием характеристик влажного воздуха.

Важнейшей характеристикой является *влажносодержание* – это количество пара (по массе), содержащееся в 1 кг воздуха, т.е.

$$d = \frac{m_{\text{пара}}}{m_{\text{воздуха}}} = \left[ \frac{\text{г}}{\text{кг} \cdot \text{с} \cdot \text{в}} \right],$$

в граммах пара на 1 кг воздуха.

Это влажносодержание может быть, в определенных условиях, предельным, когда при данной, например, температуре (и давлении) воздух не может удержать, в буквальном смысле, избыточного количества водяного пара.

Смесь воздуха с максимально возможным количеством пара называется *насыщенным воздухом*. Любое увеличение водяного пара реализуется простым образованием конденсирующейся воды.

Примеры более чем просты. Воздух пересыщен влагой – и при сравнительно малой температуре выпадает роса. На улице туман – это насыщенный воздух. Чаще всего количество водяного пара в воздухе меньше максимального, которое соответствует состоянию насыщения. В этом случае воздух, в смеси с водяным паром, является ненасыщенным.

И почти всегда (кроме тумана и образования росы) находящийся в воздухе пар является перегретым. Перегретым при температуре воздуха (т.е. вместе – сухого воздуха и пара) и своем парциальном давлении  $p_n$ , которое вместе с парциальным давлением сухого воздуха,  $p_{с.в}$ , определяет полное давление воздуха влажного:

$$p = p_{с.в} + p_n.$$

Собственно, это *закон Дальтона*: сумма парциальных давлений смеси идеальных газов равна полному давлению смеси.

Для влажного пара это всего два слагаемых – давление сухого воздуха и давление пара.

Вторая характеристика – это *абсолютная влажность воздуха*, т.е. количество пара, содержащееся в одном кубическом метре влажного воздуха -

$$\rho_n = \frac{m \cdot \text{кг пара}}{1 \cdot \text{м}^3 \text{ воздуха}}. \text{ Здесь } \rho_n \left[ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right] - \text{плотность пара.}$$

Воздух может содержать и максимальное количество пара, когда плотность этого пара является плотностью насыщения  $\rho_n$ . Отношение плотности водяного пара к плотности насыщения (при – конкретных температуре и давлении) называют *относительной влажностью*

$$\varphi = \frac{\rho_n}{\rho_n}$$

Умноженная на сто, эта цифра представляют ту величину, которую сообщают в сводках погоды. Относительная влажность 50% отличается от 100% только тем, что в первом случае с помощью воздуха любой материал можно сушить, а во втором – это все равно, что во время тумана искать место для сушки (без костра, конечно).

Процессы насыщения воздуха водяным паром можно представить в  $pt$  – координатах, рисунок 1.68.

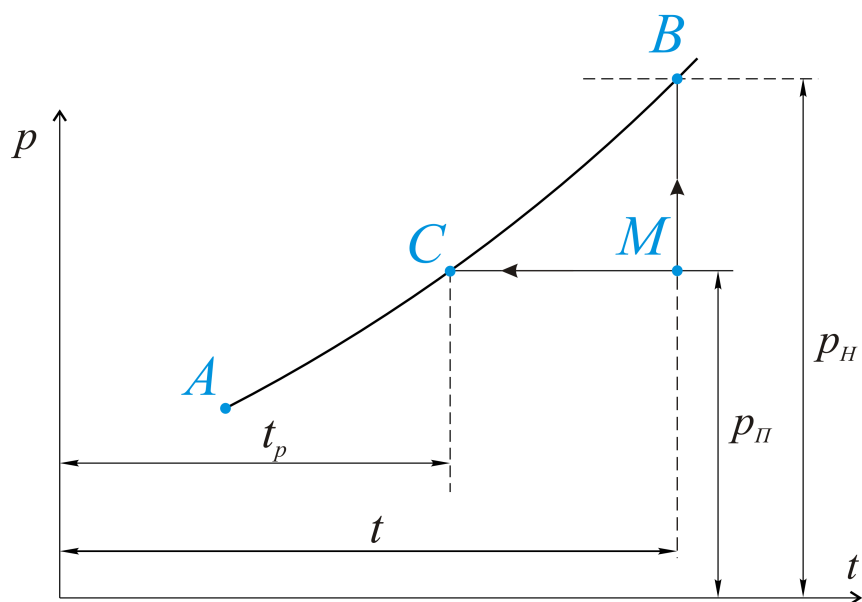


Рис.1.68. На линию насыщения ACB можно прийти по-разному: или охладить воздух до состояния росы (MC), или просто добавить влаги, повысив давление пара от  $p_n$  до давления насыщения  $p_n$

Здесь точка  $M$  соответствует почти обычному состоянию пара в воздухе, когда этот пар является перегретым. Охлаждая воздух при этом ( $p_n$ ) давлении, получим точку росы (температуру  $t_p$ ). Не изменяя температуру, можно добавить воду, чтобы парциальное давление пара от  $p_n$  повысилось до давления насыщения  $p_n$ , это линия  $MB$ . Если считать, что во влажном воздухе перегретый пар соответствует идеальному газу, то в конкретном состоянии его давление (по уравнению состояния)

$$p_n = \rho_n \cdot R_n \cdot T,$$

а в состоянии насыщения

$$p_n = \rho_n \cdot R_n \cdot T.$$

Очевидно, что отношение давлений равно отношению плотностей пара

$$\frac{p_n}{p_n} = \frac{\rho_n}{\rho_n},$$

и тогда относительная влажность воздуха может определяться как отношение давлений пара:

$$\varphi = \frac{\rho_n}{\rho_n} = \frac{p_n}{p_n}.$$

Для ненасыщенного пара эта величина всегда меньше единицы,  $\varphi < 1,0$ , для насыщенного  $\varphi = 1,0$  (или 100%).

Проще всего относительная влажность воздуха определяется с помощью классического *психрометра*, рисунок 1.69, где расположенные рядом два термометра показывают – один – температуру воздуха, а второй, для которого ртутный датчик является смоченным, температуру «мокрого» термометра.

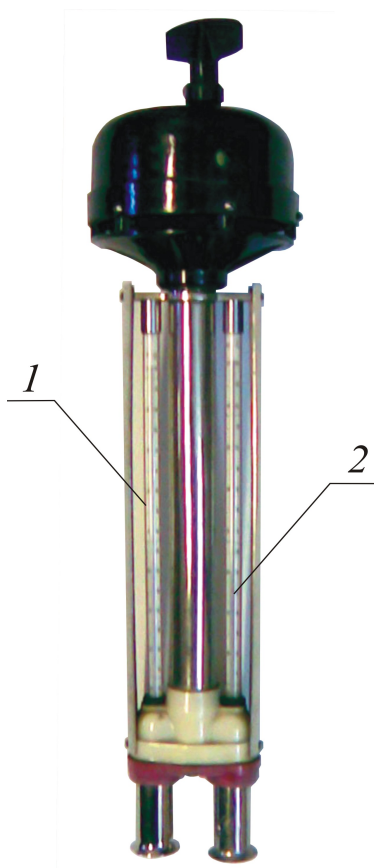


Рис.1.69. Психрометр – это два простых термометра, один из которых – сухой, а второй – «смоченный», т.е. мокрый

Разности показаний этих термометров достаточно для определения относительной влажности с помощью психрометрического графика, рисунок 1.70.

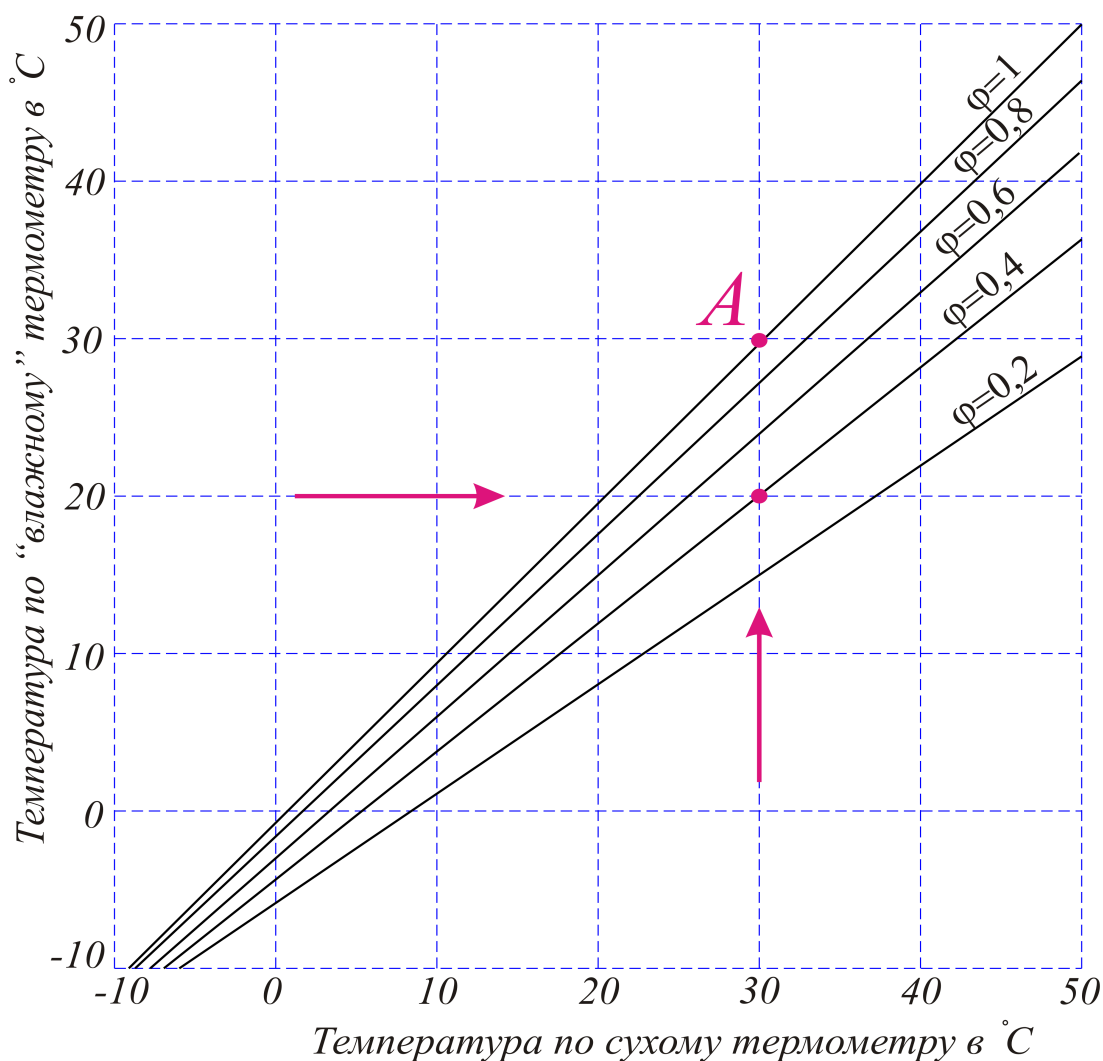


Рис.1.70. График для психрометра – по показаниям сухого и «мокрого» термометров определяется относительная влажность  $\varphi$ . Так, для сухого термометра  $t_c=30^\circ\text{C}$ , для «мокрого»  $t=20^\circ\text{C}$ , и относительная влажность воздуха  $\varphi=0,4$

### 1.16.2. ЭНТАЛЬПИЯ ВЛАЖНОГО ВОЗДУХА И *Id*- ДИАГРАММА

Обычные технические процессы подогрева влажного воздуха, или сушки какого-либо материала с помощью воздуха, являются, как правило, изобарными. В этом случае подведенное или отведенное тепло определяется с помощью значения энтальпии в конкретном состоянии.

Энтальпия сухого воздуха

$$i_{c.в} = 1004 \cdot t \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right],$$

где  $C_p = 1004 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$  - изобарная теплоемкость воздуха,  
а  $t \text{ } ^\circ\text{C}$  - температура.

Для влажного воздуха, являющегося смесью сухого воздуха и пара, энтальпия

$$i = i_{c.s} + d \cdot i_n.$$

Энтальпия 1 кг перегретого пара в этом равенстве

$$i_n = r + C_p \cdot t,$$

где  $r = 2,5 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$  - теплота образования пара (при обычном атмосферном давлении), а произведение  $C_p \cdot t$  - это затрата тепла на нагрев пара, имеющего изобарную теплоемкость  $C_p = 1926 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$ . Тогда энтальпию перегретого пара можно записать таким равенством:

$$i_n = 2,5 \cdot 10^6 + 1926 \cdot t \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right].$$

Для влажного воздуха, состоящего из 1 кг сухого воздуха и влагосодержанием  $d \text{ кг}$  в этом же воздухе, энтальпия

$$i = 1004 \cdot t + d \left( 2,5 \cdot 10^6 + 1926 \cdot t \right) \frac{\text{Дж}}{\text{кг сухого воздуха}}.$$

Эта же формула для насыщенного воздуха представляет энтальпию

$$i = 1004 \cdot t + d_n \left( 2,5 \cdot 10^6 + 1926 \cdot t \right) \frac{\text{Дж}}{\text{кг сухого воздуха}}.$$

Наконец, если при охлаждении влажного воздуха водяной пар конденсируется в виде жидкости (воды), для которой теплоемкость  $C_p = 4187 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$ , это энтальпия влажного воздуха (это уже туман плюс содержащаяся в воздухе вода):

$$i = 1,004 t + d_n \left( 2,5 \cdot 10^6 + 1926 t \right) + 4187 d_{жс} \cdot t \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг сухого воздуха}} \right].$$

В последней формуле  $d_{жс} \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг сухого воздуха}} \right]$  - это количество конденсированной воды в расчете на 1 кг сухого воздуха.



Подчеркнем еще раз, что влажный воздух представляется смесью двух идеальных газов – воздуха и перегретого водяного пара. Несмотря на это допущение, технические расчеты можно провести с помощью указанных выше характеристик влажного воздуха.

Рассмотрим далее предложенную еще в 1918 году профессором Рамзиным Л.К. диаграмму влажного воздуха в координатах энтальпия – влагосодержание (*Id*-диаграмма, рисунок 1.71).

Поясним основные линии на этой диаграмме с указанием размерностей.

По оси абсцисс (горизонтальной) влагосодержание

$$d \left[ \frac{\text{г воды}}{1 \text{ кг сухого воздуха}} \right].$$

По оси ординат – значения энтальпии влажного воздуха

$$i \left[ \frac{\text{кДж}}{1 \text{ кг сухого воздуха}} \right].$$

Линии энтальпии, для удобства пользования в

диаграмме, проведены под углом  $45^\circ$  к линии абсцисс. Посмотрите на диаграмму: при нулевой температуре воздуха его энтальпия принята за ноль; далее следуют линии энтальпий в 10, 20, 120 и даже 170 кДж/кг.

Температура влажного воздуха обозначена на шкале вертикальной – от минус 10 до 90 градусов по Цельсию. Хотя этот температурный интервал охватывает 99% технических задач, отметим, тем не менее, что *Id*-диаграмма просчитана и построена и для более высоких температур (в обычных учебниках – это температуры от 90 до  $200^\circ\text{C}$ ). Над линией насыщенного воздуха ( $\varphi=100\%$ ) располагаются линии меньшей относительной влажности (90, 80, ... 5%), см. рисунок 1.71. Пунктирные линии на этой диаграмме (рядом с линиями энтальпии) – это линии «мокрого» термометра. Например, для насыщенного воздуха линии температур влажного воздуха  $t=30^\circ\text{C}$  и «мокрого» термометра пересекаются на линии насыщенного воздуха  $\varphi=100\%$ . Обратитесь к графику 1.70, и для этих же температур прочтите относительную влажность, равную 1(100%), точка *A*.

В нижней части диаграммы показана линия парциального давления пара, увеличивающегося вместе с влагосодержанием *d* (напомним, что общее, суммарное давление смеси сухого воздуха и пара равно, по Рамзину Л. К., 745 мм рт. ст.).

В заключение этого небольшого раздела подчеркнем следующее.

Подогрев (или охлаждение) влажного воздуха происходит при постоянном его влагосодержании, т.е. в *Id*- диаграмме – это вертикальная линия.

Процесс же сушки (испарения) является процессом изоэнтальпийным, т.е. происходящим при постоянном значении энтальпии, т.к. горячий воздух в процессе сушки какого-либо материала, конечно, будет охлаждаться, но ровно настолько, чтобы часть своего тепла (энтальпии) передать на испарение влаги.

Поэтому линии изобарного процесса сушки (испарения) в этой диаграмме совпадают с линиями энтальпий.

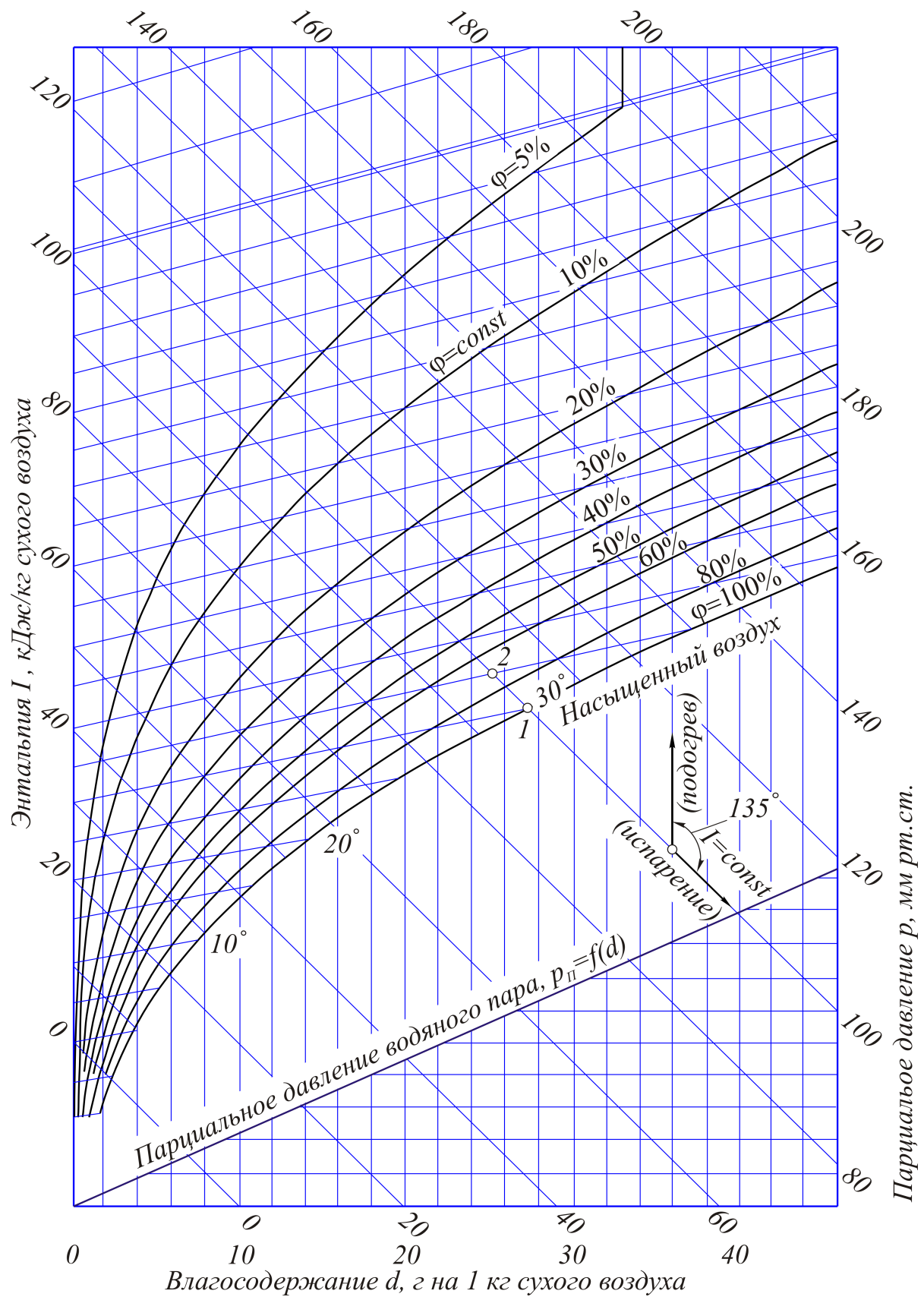


Рис. 1.71. Диаграмма профессора Рамзина Л.К. для влажного воздуха, -  $Id$  -диаграмма, рассчитанная и построенная для давления влажного воздуха 745 мм рт. ст.

Приведем несколько примеров использования  $I d$  - диаграммы.

**Пример 12.** Температура подогретого для сушки воздуха составляет  $50^\circ\text{C}$ , и при этом относительная влажность  $\varphi=30\%$ . Определить влагосодержание воздуха –  $d$ . Схема решения этой задачи представлена на рисунке 1.72.

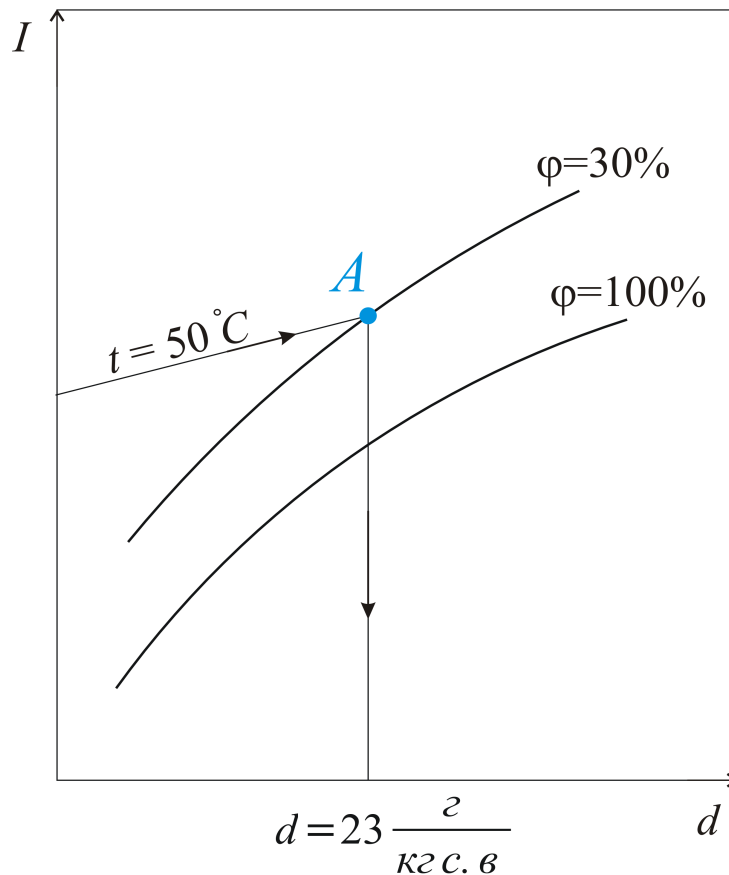


Рис.1.72. Пересечение линии температуры  $t=50^\circ\text{C}$  и линии относительной влажности  $\varphi=30\%$  показывает количество влаги (воды) в 1 кг сухого воздуха

По  $I d$ - диаграмме влагосодержание воздуха  $d=23 \left[ \frac{\text{г}}{\text{кг сухого воздуха}} \right]$ .

**Пример 13.** Определить количество тепла, необходимого для нагрева влажного воздуха, с начальными параметрами  $t_1=35^\circ\text{C}$  и  $\varphi=30\%$  до температуры  $t_2=65^\circ\text{C}$ .

Для решения используем эту же диаграмму, рисунок 1.73.

Из диаграммы  $I d$ , рисунок 1.71, можно записать влагосодержание в точках 1 и 2, -  $d_1=d_2=10 \left[ \frac{\text{г}}{\text{кг с. в}} \right]$  как косвенную величину, по сути не являющуюся необходимой в этой задаче. Энтальпия в состоянии 1 (пересечение линий  $t_1=35^\circ\text{C}$  и  $\varphi=30\%$ ) составляет  $I_1=60 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$ , в состоянии 2 ( $t_2=65^\circ\text{C}$  и то же значение  $d_2=10 \frac{\text{г}}{\text{кг сухого воздуха}}$ )  $I_2=90 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$ .

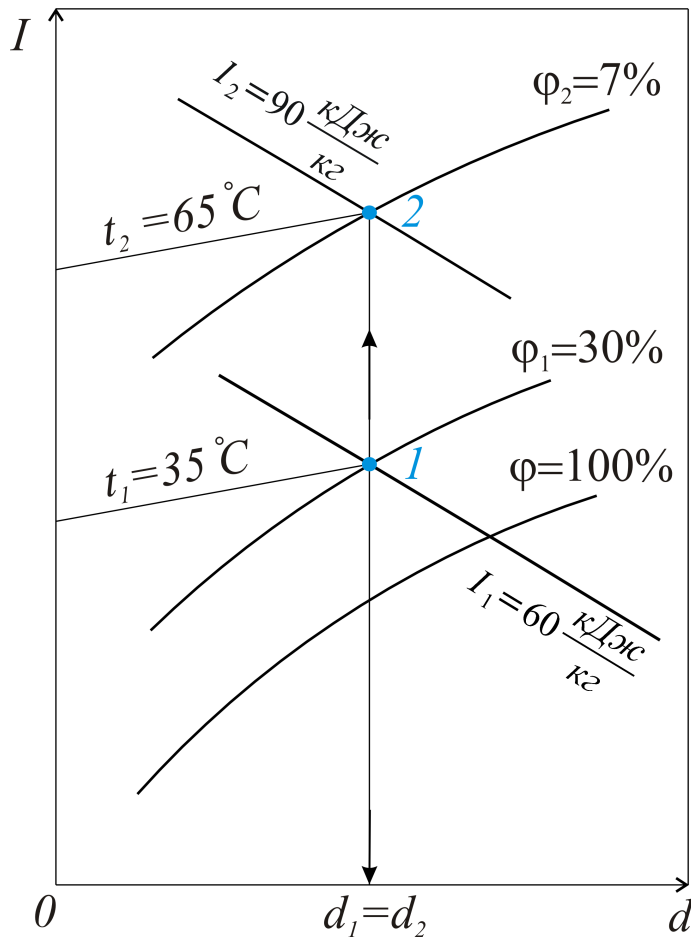


Рис.1.73. Процесс подогрева воздуха в калорифере (теплообменнике) – это процесс при постоянном влагосодержании

Относительная влажность нагретого воздуха становится равной 7%, а решением задачи является количество тепла, полученного воздухом в изобарном процессе, т.е. разность энтальпий

$$q = I_2 - I_1 = 90 - 60 = 30 \left[ \frac{\text{кДж}}{\text{кг сухого воздуха}} \right].$$

**Пример 14.** Воздух с начальными параметрами  $t_1 = 20^\circ\text{C}$  и  $\varphi = 36\%$  подогревается до температуры  $t_2 = 84^\circ\text{C}$  и затем используется для сушки влажного материала. В процессе сушки температура воздуха падает до  $t_3 = 40^\circ\text{C}$ . Определить влагосодержание в точках 1, 2, 3, количество подведенного к воздуху тепла и его расход на испарение 1 кг влаги.

Решение. Покажем процесс подогрева воздуха 1-2 и процесс сушки 2-3 в  $I$ - $d$ - диаграмме, рисунок 1.74.

В начальном состоянии (точка 1) влагосодержание  $d_1 = 6 \frac{\text{г}}{\text{кг . с . в}}$ , так же, как и точке 2, т.е.  $d_2 = d_1$ .

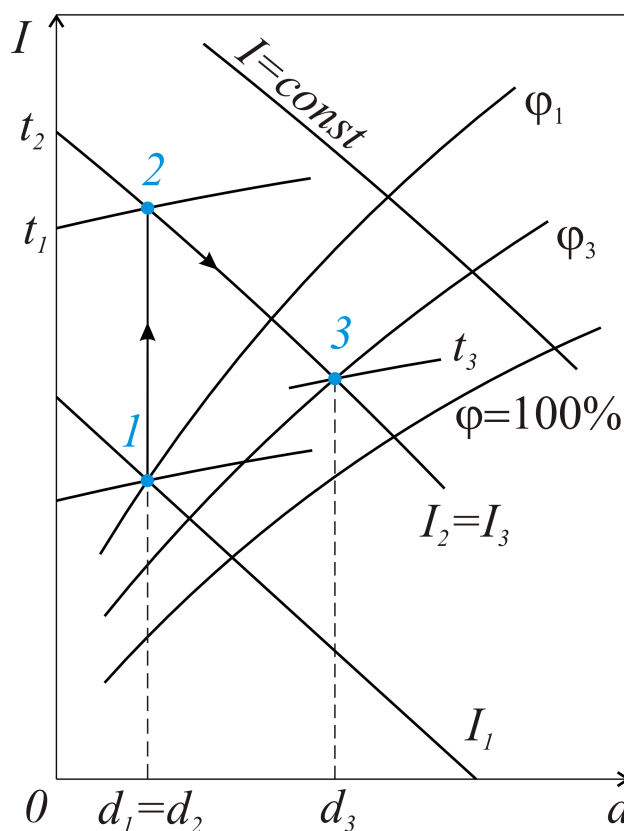


Рис.1.74. Процесс подогрева воздуха в калорифере (теплообменнике) и сушки в  $I-d$  - диаграмме

В сушильной камере изобарный процесс является одновременно и изоэнтальпийным, для которого  $I_2 = I_3 = 98 \frac{\text{кДж}}{\text{кг сухого воздуха}}$ .

Энтальпия  $I_1 = 32 \frac{\text{кДж}}{\text{кг сухого воздуха}}$  (все данные для решения задачи определяем по диаграмме).

Влагосодержание в точке 3  $d_3 = 22,5 \frac{\text{г}}{\text{кг сухого воздуха}}$ , т.е. каждый килограмм воздуха способен уносить влагу

$$\Delta d = 22,5 - 6 = 16,5 \frac{\text{кДж}}{\text{кг сухого воздуха}}$$

Количество подведенного к воздуху тепла  $q = \Delta I = I_2 - I_1 = 98 - 32 = 66 \frac{\text{кДж}}{\text{кг сухого воздуха}}$ , а для испарения 1 кг (1000 г) влаги количество требуемого воздуха составит величину

$$m = \frac{1000}{\Delta d} = \frac{1000}{16,5} = 60,6 \frac{\text{кг воздуха}}{\text{кг исп. влаги}}$$

### 1.16.3. СМЕШЕНИЕ ПОТОКОВ ВЛАЖНОГО ВОЗДУХА

В любой реальной задаче, когда воздух используется в качестве сушильного агента, некоторое количество этого самого воздуха приходится периодически добавлять в сушильную камеру. Точнее, сначала его подогревать (при постоянном влагосодержании) в калорифере, а затем – смешивать с тем количеством воздуха, который уже используется в технологическом процессе.

Практически нужно определить, хотя бы ориентировочно, рабочие параметры смеси двух воздушных потоков.

Если смешивать воздушный поток массовым расходом  $M_1 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$ , с поступающим извне  $M_2 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$ , то общий расход в образующемся потоке

$$M = M_1 + M_2,$$

или, в массовых долях, при делении на  $M$  :

$$l = \frac{M_1}{M} + \frac{M_2}{M} = m_1 + m_2, [-].$$

Влагосодержание смеси, в расчете на кг воздуха,

$$d = m_1 \cdot d_1 + m_2 \cdot d_2 \left[ \frac{\text{г}}{\text{кг сухого воздуха}} \right],$$

а энтальпия смеси, с учетом этих же массовых долей,

$$i = m_1 \cdot i_1 + m_2 \cdot i_2 \left[ \frac{\text{кДж}}{\text{кг сухого воздуха}} \right].$$

Используя последние три равенства, можно получить, что

$$m_1 = \frac{i_2 - i}{i_2 - i_1} = \frac{d_2 - d}{d_2 - d_1},$$
$$m_2 = \frac{i - i_1}{i_2 - i_1} = \frac{d - d_1}{d_2 - d_1}.$$

Из этих уравнений следует, что параметры смешанного потока (влагосодержание  $d$  и энтальпия  $i$ ) определяются обратно пропорционально массовым долям  $m_1$  и  $m_2$ , рисунок 1.75.

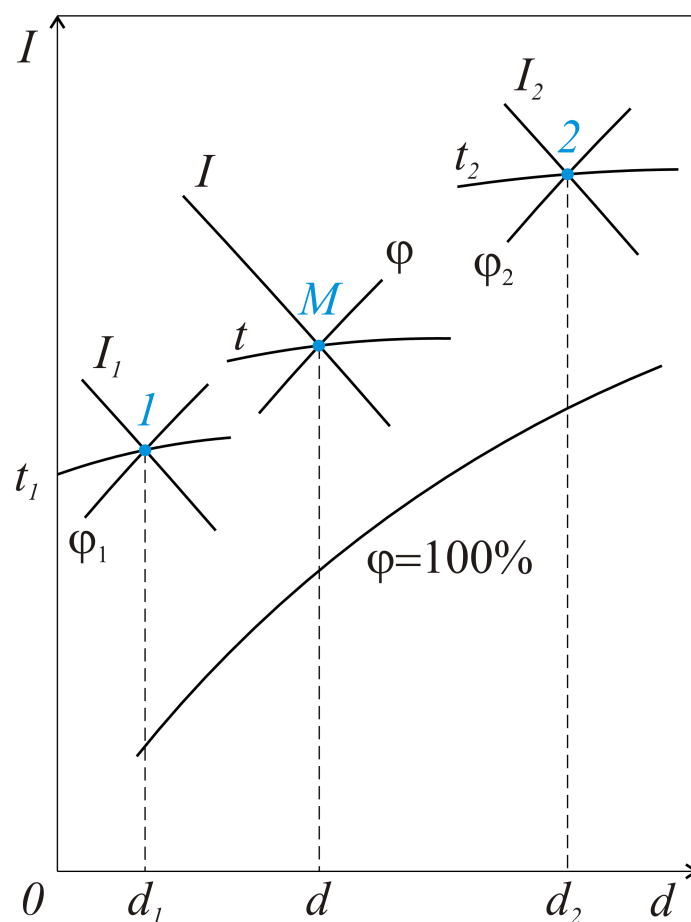


Рис.1.75. К определению параметров влажного воздуха при смешении двух потоков (точка  $M$  – результат)

## ЧАСТЬ 2

### ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

#### 2.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

*Теплопередачей (теплообменом)* является процесс распространения тепла в твердых, жидких или газообразных телах, а также между телами в вакууме. Передача тепла может происходить по-разному.

В сплошной неподвижной среде – это *теплопроводность*. Например, передача тепла через плоскую или цилиндрическую стенку с заданными характеристиками (свойствами) материала. Теплопроводность, с физической точки зрения, представляет процесс передачи тепла на молекулярном уровне.

Для металлов, например, значительную роль играют при этом свободные электроны. Процесс передачи тепла, в котором имеет место движение жидкости или газа около какой-либо поверхности, называется *конвекцией*.

Наконец, излучением является процесс теплообмена, обусловленный распространением электромагнитных волн.

На практике наблюдается сочетание названных типов теплообмена. В этом случае теплообмен является сложным. И сложным именно потому, что он складывается из различных видов теплообмена, например, конвективного (конвекция) и лучистого (теплообмен излучением).

## 2.2. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Аналитическая теория теплопроводности рассматривает вещество, в котором передается тепло, как сплошную однородную среду.

Тепло переходит из одной части среды в другую только при наличии разности температур между ними – по сути это изначальная аксиома.

Решая любую задачу, следует знать распределение температур в сплошной среде.

Совокупность значений температур во всех точках изучаемого пространства для каждого момента времени называется температурным полем.

В общем виде зависимость температуры  $t$  от координат  $x, y, z$  и времени  $\tau$  можно записать следующим уравнением:

$$t = f(x, y, z, \tau).$$

Если температурное поле не изменяется во времени, т.е. является стационарным, то такое поле следует считать трехмерным:  $t = f_1(x, y, z)$ .

Практически чаще всего рассматривается двумерное поле температур, когда  $t = f_2(x, y)$ , или, при всей кажущейся простоте, подавляющее число задач можно свести к одномерному температурному полю -  $t = f_3(x)$ .

Понятие о поле любой величины (температуры ли, давления, электрического потенциала и т.д.) известно вам из курсов высшей математики и физики. Если в температурном поле имеется совокупность точек сплошной среды, имеющих одинаковую температуру, то эта совокупность образует *изотермическую поверхность*. Пересекая плоской поверхностью любое тело, в котором происходит передача тепла, отметим разность температур, рисунок 2.1.

*Градиентом температуры* будем называть отношение  $\frac{\Delta t}{\Delta n}$ , или

$$\lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta t}{\Delta n} = \frac{\partial t}{\partial n} = \text{grad}_n t \Rightarrow$$

Частная производная записана только потому, что градиент можно определить и для любого другого направления, например, для  $S$ :

$$\text{grad}_S t = \frac{\partial t}{\partial S},$$



а соотношение между этими градиентами запишем простой формулой:

$$\text{grad}_S t = \text{grad}_n t \cdot \cos \alpha.$$

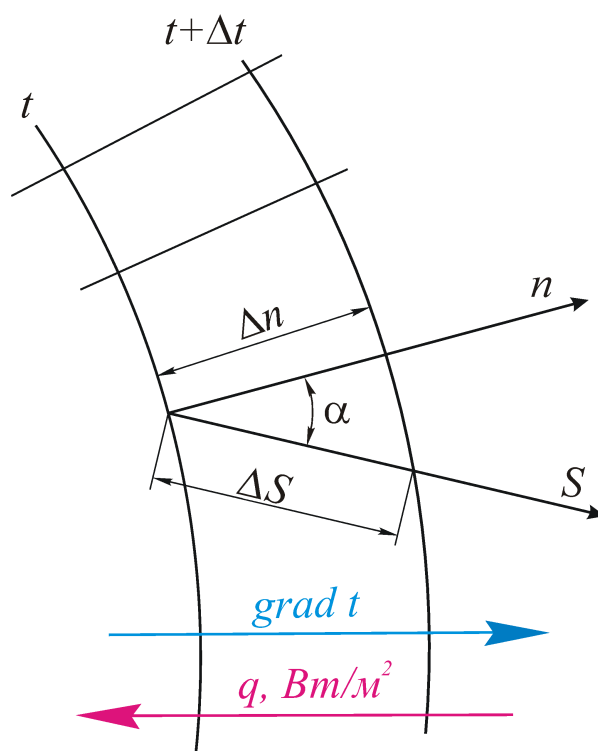


Рис. 2.1. Тепло передается в сторону меньших температур. Градиент температуры направлен в сторону больших температур

Как правило, при решении задач теплопроводности используется максимальный градиент, т.е. градиент по нормали к изотермической поверхности.

### 2.3. ЗАКОН ФУРЬЕ

Поставим вопрос так. От каких величин зависит количество передаваемого тепла в сплошной среде (веществе, материале), когда эта среда неподвижна?

От разности температур, конечно. Только сейчас вправе использовать математически более точное понятие – градиент температуры.

Зависит ли количество передаваемого тепла от площади, через которую это тепло передается, и от времени передачи тепла? Конечно. Наконец, принимаем как аксиому и тот факт, что каждое вещество (алюминий, железо, кирпич, дерево) передает тепло по-разному, в соответствии со свойствами материала.

*Закон Фурье* можно сформулировать так: *тепловой поток пропорционален градиенту температуры, площади, через которую передается тепло, и времени передачи тепла, т.е.*

$$dQ = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \cdot dF \cdot d\tau \text{ [Дж]}.$$

В расчете на единицу времени тепловая мощность

$$dQ' = -\lambda \cdot \frac{\partial t}{\partial n} \cdot dF \text{ [Вт]}.$$

Тепловой поток, отнесенный к единице площади,

$$q = -\lambda \cdot \frac{\partial t}{\partial n} \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right],$$

называется *удельным тепловым потоком*.

Именно последняя формула является наиболее полезной при решении задач теплопроводности. Знак минус в этой формуле означает, что градиент температуры и тепловой поток имеют противоположные направления.

Коэффициент  $\lambda$  называется коэффициентом теплопроводности данного вещества (материала). Формально, из уравнения для удельного теплового потока, с учетом размерностей величин (когда знак минус не имеет значения),

$$[\lambda] = \left[ -\frac{q}{\frac{\partial t}{\partial n}} \right] = \left[ \frac{\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}}{\frac{\text{°К}}{\text{м}}} \right] = \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{°К}} \right].$$

При  $\frac{\partial t}{\partial n} = 1$  тепловой поток и коэффициент теплопроводности численно одинаковы, что означает следующее: тепловой поток напрямую зависит от теплопроводности вещества, т.е. способности проводить тепло.

Значения коэффициента теплопроводности: для меди –  $\lambda_{Cu} = 395 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{°К}}$ ,

для алюминия –  $\lambda_{Al} = 200 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{°К}}$ , т.е. для материалов, хорошо проводящих тепло.

Сравните с теплоизоляционными материалами, когда, например, для стекловаты –  $\lambda = 0,05 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{°К}}$ , для асбеста –  $\lambda = 0,05 \dots 1,7 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{°К}}$ .

## 2.4. ВЫВОД ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ (ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ)

В сплошной среде, в привычных декартовых координатах, рассмотрим теплообмен для дифференциально малого объема с размерами по осям

$dx, dy, dz$ , рисунок 2.2. Для каждой оси удельный тепловой поток запишем как

$$q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x},$$

$$q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y},$$

$$q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z}.$$

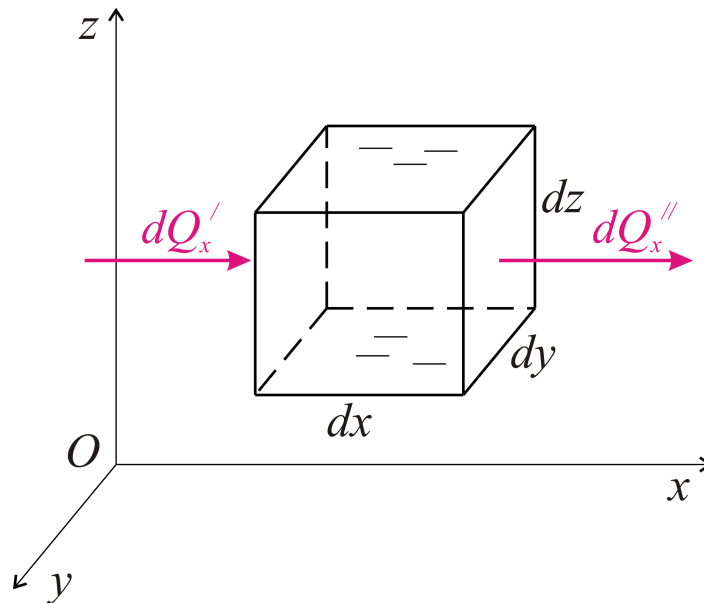


Рис.2.2. Схема тепловых потоков для оси x (к выводу дифференциального уравнения температурного поля)

Тепло, проходящее через левую грань площадью  $dx \cdot dz$ , за время  $d\tau$  - это

$$dQ'_x = q_x \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau \text{ [Дж]}.$$

Для правой грани, в общем случае, удельный тепловой поток может быть другим, с учетом его изменения по оси  $x$ ,  $\frac{\partial q_x}{\partial x}$ , при расстоянии между гранями  $dx$ .

Тепло, проходящее через правую грань,

$$dQ''_x = \left( q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau.$$

Баланс тепла для оси  $x$ :

$$dQ_x = dQ'_x - dQ''_x = -\frac{\partial q_x}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau.$$

Произведение размеров параллелепипеда – это его объем  $dv = dx \cdot dy \cdot dz$ , т.е.

$$dQ_x = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dv \cdot d\tau.$$

Запишем по аналогии уравнения для двух других осей:

$$dQ_y = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} dv \cdot d\tau,$$

$$dQ_z = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} dv \cdot d\tau,$$

причем общий баланс тепла

$$dQ_1 = dQ_x + dQ_y + dQ_z.$$

Если в рассматриваемом объеме имеются внутренние источники тепловыделения мощностью  $q_v, \frac{Вт}{м^3}$ , то следует добавить тепло  $dQ_2 = q_v \cdot dV \cdot d\tau [Дж]$ . В целом сумма  $dQ_1 + dQ_2$ , расходуется на изменение температуры (а точнее, энтальпии) объема  $dv$  за время  $d\tau$ :

$$dQ_1 + dQ_2 = C \cdot \rho \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} \cdot d\tau \cdot dv,$$

или, сокращая обе части уравнения на  $dv \cdot d\tau$ , получим, что

$$\lambda \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + q_v = C \cdot \rho \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau}.$$

Размерность слагаемых в левой части уравнения  $\left[ \frac{Вт}{м^3} \right]$ . Покажем, что размерность правой части точно такая же.

Здесь  $C, \left[ \frac{Дж}{кг \cdot ^\circ K} \right]$  - теплоемкость,

$\rho, \left[ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right]$  - плотность вещества,

$t, [^\circ\text{K}]$  - температура,

$\tau, [c]$  - время.

Т.е.  $\left[ C \cdot \rho \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} \right] = \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{K}} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{^\circ\text{K}}{c} \right] = \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3} \right]$ . Это совершенно не лишнее

подтверждение того положения, что в правильно составленном уравнении все его составляющие имеют одинаковую размерность. Разделим обе части уравнения на  $C \cdot \rho$  и запишем его следующим образом:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{C \cdot \rho} \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{C \cdot \rho},$$

или

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 t + \frac{q_v}{C \cdot \rho}.$$

Это и есть дифференциальное уравнение теплопроводности, в котором сумма вторых производных

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = \nabla^2 t.$$

Отношение  $\frac{\lambda}{C \cdot \rho} = a$  названо *коэффициентом температуропроводности*, для которого размерность

$$[a] = \left[ \frac{\lambda}{C \cdot \rho} \right] = \left[ \frac{\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{K}}}{\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{K}} \cdot \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}} \right] = \left[ \frac{\text{м}^2}{c} \right].$$

Поскольку этот коэффициент напрямую связан с коэффициентом теплопроводности, то, в принципе, он также оценивает способность материала (вещества и т.д.) проводить тепло. Без доказательства приводим в этом разделе то же самое дифференциальное уравнение температурного поля (теплопроводности) в цилиндрических координатах,

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial t}{\partial z} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{C \cdot \rho},$$

где координатами являются радиус  $r$ , угол  $\varphi$  и высота  $z$ , определяющие положение в пространстве любой точки сплошной среды.

## 2.5. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Определим общие положения решения задач теплопроводности, для которых следует использовать уравнения теплопроводности (в декартовых или цилиндрических координатах).

Первое. Дифференциальное уравнение температурного поля конкретизируется для условий данной задачи, т.е., насколько можно, упрощается.

Второе. Уравнение интегрируется с целью определения общего решения температурного поля, а затем и решения в виде конкретного уравнения. В ходе интегрирования дифференциального уравнения второго порядка появляются две постоянные интегрирования, обозначаемые обычно как  $C_1$  и  $C_2$ .

Третье. Определяется градиент температуры  $\text{grad}_n t = \frac{\partial t}{\partial n}$ , с тем, чтобы определить удельный тепловой поток,

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \left[ \frac{Bm}{M^2} \right],$$

или полное количество тепла (мощности) для площади  $F, m^2$ , т.е.

$$Q = q \cdot F [Bm].$$

Постоянные интегрирования определяются, как и в математике, с помощью начальных и граничных условий. Что такое – начальные условия? Это задание температур в начале задачи, являющейся нестационарной во времени. Заметим сразу, что нестационарные задачи (нагрев или охлаждение) в настоящем курсе не рассматриваются. Граничные же условия можно задать следующим образом. Граничные условия I рода – это задание температур на границах (стенках) рассматриваемого тела, т.е.  $t_c = f(x, y, z, \tau)$ .

В частном случае, например, для плоской стенки, температуры на ее поверхностях имеют постоянные значения. Граничные условия II рода – это задание теплового потока на поверхности тела, т.е.

$$q = f(x, y, z, \tau).$$

Граничные условия III рода – это задание закона теплообмена на поверхности тела, на границе стенка – жидкость (под словом жидкость здесь и далее можно понимать и любую газовую среду). Удельный тепловой поток представим таким уравнением:

$$q = \alpha(t_c - t_{жс}) \left[ \frac{Bm}{M^2} \right],$$

где  $t_c$  – температура стенки (поверхности),  $t_{жс}$  – температура жидкости (или газа).

$$[\alpha] = \frac{q}{t_c - t_{жс}} = \left[ \frac{Вт}{м^2 \cdot ^\circ K} \right] - \text{коэффициент теплоотдачи.}$$

При разности температур  $t_c - t_{жс} = 1^\circ K$   $\alpha = q$ , т.е. коэффициент теплоотдачи численно равен удельному тепловому потоку.

## 2.6. РЕШЕНИЕ КОНКРЕТНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Отметим вначале, что рассматриваем только стационарные задачи, т.е. постоянные во времени и потому от него не зависящие.

### 2.6.1. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПЛОСКОЙ СТЕНКИ. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ПЕРВОГО РОДА

Считаем заданными для решения задачи температуры на границах (поверхностях), толщину стенки  $\delta$ , коэффициент теплопроводности материала стенки  $\lambda$ , рисунок 2.3.

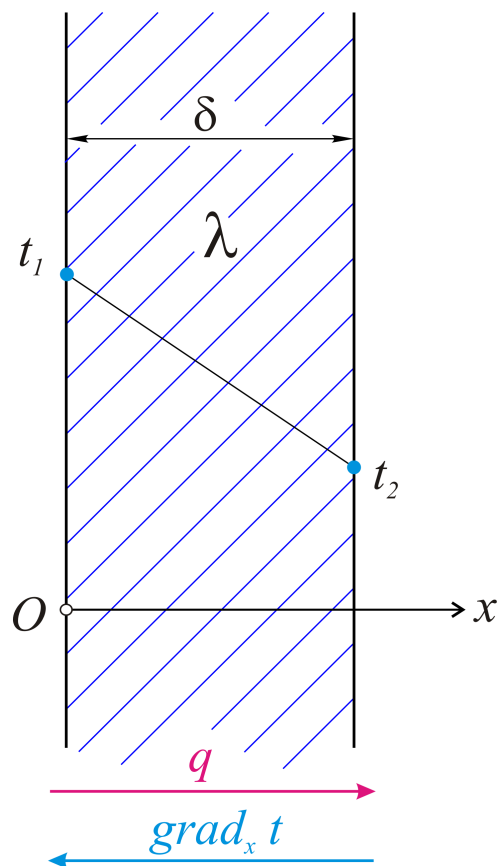


Рис.2.3. Задачей расчета является определение температуры по толщине стенки и удельного теплового потока. Тепловой поток и градиент температуры направлены противоположно

Решение. Используем дифференциальное уравнение температурного поля

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{C \cdot \rho}.$$

Как это уравнение можно упростить?

Во-первых, в стационарной задаче  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ . Последнее слагаемое также равно нулю. Для плоской стенки (примером может служить оконное стекло или, скажем, стена здания) основной координатой является  $x$ . Координаты  $y$  и  $z$  для решения не нужны. С учетом того, что коэффициент температуропроводности не равен нулю, для интегрирования остается уравнение

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0,$$

или, поскольку производная по одной координате, то

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = 0.$$

Тогда  $\frac{dt}{dx} = C$ , а температура  $t = C_1 \cdot x + C_2$ . Последнее равенство является температурным полем для плоской стенки (в общем виде).

Определим постоянные интегрирования, используя граничные условия, При  $x=0$ ,  $t=t_1$ , т.е.  $t_1 = C_1 \cdot 0 + C_2$ , откуда  $C_2 = t_1$ . Для правой грани, при  $x=\delta$ ,  $t=t_2$ ,  $t_2 = C_1 \cdot \delta + C_2$ , и  $C_1 = \frac{t_2 - t_1}{\delta}$ .

Подставив постоянные интегрирования в общее решение, получим уравнение температурного поля:

$$t = \frac{t_2 - t_1}{\delta} x + t_1.$$

В зависимости от координаты  $x$  – это прямая линия, как и показано на рисунке для плоской стенки. По этой формуле просто определяется температура для любого значения  $x$ .

Например, температура для стенки здания внутри  $+20^\circ\text{C}$ , а снаружи – минус  $20^\circ\text{C}$ . А что в средней части стенки? – Ответ – ноль по Цельсию. Т.е. половина стенки по толщине имеет плюсовую температуру, а другая половина промерзает, от ноля до минус двадцати.

Однако, продолжим решение.



## Градиент температуры

$$\text{grad } t = \frac{dt}{dx} = \frac{t_2 - t_1}{\delta}.$$

## Удельный тепловой поток

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} = -\lambda \frac{t_2 - t_1}{\delta} = \frac{\lambda}{\delta} (t_1 - t_2) \left[ \frac{Вт}{м^2} \right].$$

Запишем последнее уравнение в таком виде:

$$q = \frac{t_1 - t_2}{R},$$

где  $R = \frac{\delta}{\lambda}$ , - назовем термическим сопротивлением плоской стенки. Для плоской стенки конкретной площади  $F$ :  $Q = q \cdot F$  [Вт], а с учетом времени передачи тепла  $\tau$

$$Q' = q \cdot F \cdot \tau \text{ [Дж]}.$$

Обратим внимание на аналогию формул удельного теплового потока

$$q = \frac{\Delta t}{R}$$

и электрического тока (закон Ома)

$$I = \frac{\Delta U}{R}.$$

В обеих формулах движущей величиной является числитель, т.е. для теплового потока – это разность температур, а для тока электрического – разность потенциалов на границах проводника. Приведенное замечание явилось основанием для электротепловой аналогии, которая достаточно подробно изложена в учебниках по курсу «Теплопередача».

**Пример 15.** Определить удельный тепловой поток для стенки из красного кирпича, толщиной 500 мм, если на одной ее поверхности (в помещении) температура  $t_1 = 18^\circ\text{C}$ , на другой (на улице)  $t_2 = 0^\circ\text{C}$ . Коэффициент теплопроводности для красного кирпича  $\lambda = 0,75 \frac{Вт}{м \cdot K}$ .

Решение короче, чем текст задачи:

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_1 - t_2) = \frac{0,75}{0,5} (18 - 0) = 27 \frac{Вт}{м^2}.$$

### 2.6.2. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПЛОСКОЙ СТЕНКИ. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ТРЕТЬЕГО РОДА

Считаем заданными температуры слева и справа от стенки (см. рисунок 2.3), коэффициенты теплоотдачи, толщину стенки и коэффициент теплопроводности материала стенки рис.2.4.

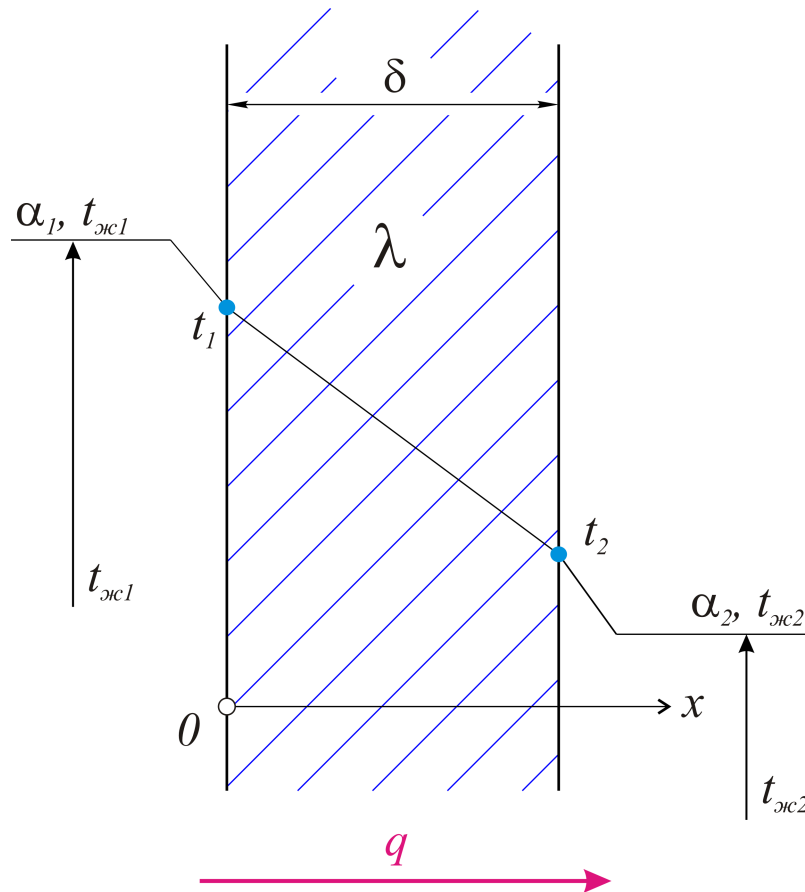


Рис. 2.4. Разность температур обеспечивает тепловой поток и его направление. Температуры на границах стенки подлежат определению

Прежде, чем решать задачу как таковую, надо договориться о следующем. Является ли количество тепла, воспринимаемого на левой поверхности (1), проводимого теплопроводностью через стенку и отдаваемого с правой поверхности (2) – одинаковым? Задача стационарная, и ответ может быть только утвердительным.

Тепло, воспринимаемое левой поверхностью конвективным путем,

$$q = \alpha_1 (t_{\text{жс}1} - t_1).$$

Это же тепло (удельный тепловой поток) проводится теплопроводностью через стенку,

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_1 - t_2),$$

и отдается с правой поверхности, также конвективным путем:

$$q = \alpha_2 (t_2 - t_{ж2}).$$

Запишем последние три уравнение в таком виде:

$$q = \frac{t_{ж1} - t_1}{R_1},$$

$$q = \frac{t_1 - t_2}{R_2},$$

$$q = \frac{t_2 - t_{ж2}}{R_3},$$

или

$$qR_1 = t_{ж1} - t_1,$$

$$qR_2 = t_1 - t_2,$$

$$qR_3 = t_2 - t_{ж2}.$$

Здесь  $R_1 = \frac{1}{\alpha_1}$  - термическое сопротивление конвекции для левой поверхности;

$R_2 = \frac{\delta}{\lambda}$  - термическое сопротивление теплопроводности стенки;

$R_3 = \frac{1}{\alpha_2}$  - термическое сопротивление конвекции для правой поверхности.

Сложив три последних уравнения, получим, что

$$q(R_1 + R_2 + R_3) = t_{ж1} - t_{ж2},$$

откуда удельный тепловой поток

$$q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Проще записать так:

$$q = k (t_{ж1} - t_{ж2}),$$

где  $k = \frac{1}{R_1 + R_2 + R_3} \left[ \frac{Bm}{\text{м}^2 \cdot \text{К}} \right]$  - коэффициент теплопередачи.

После определения удельного теплового потока  $q$  можно рассчитать температуры на поверхностях стенки:

$$\begin{aligned} t_1 &= t_{\text{жс}1} - qR_1, \\ t_2 &= t_{\text{жс}1} - q(R_1 + R_2), \end{aligned}$$

или, если идти справа,

$$t_2 = t_{\text{жс}2} + qR_3.$$

Что изменится в формуле коэффициента теплопередачи

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{1}{\alpha_2}} \left[ \frac{Bm}{\text{м}^2 \cdot \text{К}} \right],$$

для многослойной плоской стенки, когда каждый слой толщиной  $\delta_i$  имеет свою теплопроводность  $\lambda_i$ ? Ответ – следует учесть термическое сопротивление каждого слоя, точнее, сумму термических сопротивлений всех слоев, т.е. коэффициент теплопередачи в этом случае

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=0}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} \left[ \frac{Bm}{\text{м}^2 \cdot \text{К}} \right].$$

Технически важной задачей является также теплопроводность цилиндрической стенки, однослойной или многослойной (изолированной). Эта задача приведена в классических учебниках по теплопередаче.

Однако при больших диаметрах труб расчеты теплопроводности можно проводить по вышеприведенным формулам для плоской стенки (ошибка, как правило, невелика).

## 2.7. КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

Как отмечено ранее – это теплообмен, сопровождающийся движением жидкости или газа около какой-либо поверхности. Основной задачей при этом является определение коэффициента теплоотдачи  $\alpha$ , который уже характеризовал граничные условия третьего рода:

$$q = \alpha(t_3 - t_{\text{жс}}).$$

Рассмотрим некоторые вопросы, связанные с движением жидкости. Это прежде всего закон трения в жидкости – закон Ньютона. Реальная жидкость всегда является вязкой и поэтому оказывает сопротивление любому внешнему воздействию. Если расположенные рядом жидкостные слои движутся с различной скоростью, то между ними возникает сила трения, называемая касательной силой трения, рис. 2.5.

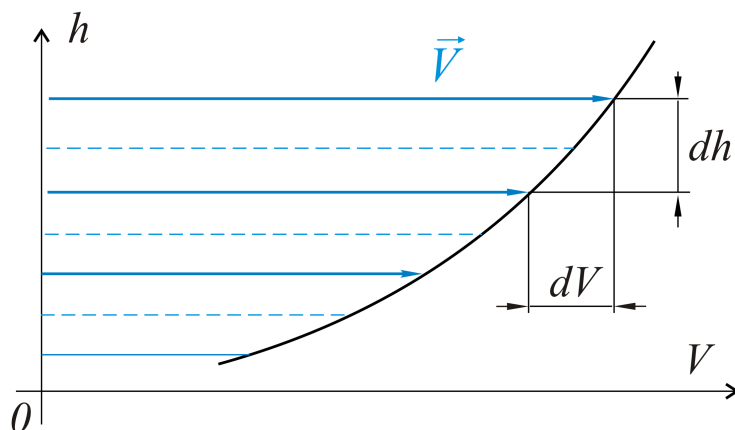


Рис. 2.5. К закону Ньютона (о трении жидкости)

По Ньютону, эта сила пропорциональна градиенту скорости между слоями жидкости,

$$\tau = \pm \mu \frac{dV}{dh} \left[ \frac{H}{m^2} \right].$$

В последней формуле

$V, \frac{m}{c}$  - скорость жидкости;

$h, m$  - координата (нормаль к вектору скорости);

$\mu, \frac{H \cdot c}{m^2}$  - динамический коэффициент вязкости, коэффициент пропорциональности в законе трения Ньютона.

Касательная сила трения  $\tau \left[ \frac{H}{m^2} \right]$ , отнесенная к единице площади соприкасающихся слоев, называется *удельной*. Для любой другой площади  $S$  сила трения

$$T = \tau \cdot S [H].$$

Знак (плюс или минус) в уравнении принимается в зависимости от знака градиента скорости  $\text{grad}_h V = \frac{dV}{dh}$  с таким расчетом, что в конкретной задаче сила трения всегда направлена в сторону, противоположную движению

жидкости, как сила реального гидравлического сопротивления. Далее используется также зависимость:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \left[ \frac{M^2}{c} \right].$$

В этой зависимости:

$\nu, \frac{M^2}{c}$  - кинематический коэффициент вязкости жидкости;

$\rho, \frac{кг}{м^3}$  - плотность жидкости.

По сути, и динамический, и кинематический коэффициенты вязкости жидкости ( $\mu$  и  $\nu$ ) оценивают одно свойство жидкости – ее вязкость. При повышении температуры вязкость капельных жидкостей всегда уменьшается (вода, масло и т.д.). Для газов, например, воздуха, вязкость возрастает, хотя практически это малозаметно (и учитывается только в задачах конвективного теплообмена). Поясним далее закон гидродинамического подобия вязкостных жидкостных потоков.

Считаем, что подобными являются два жидкостных потока (подобные, прежде всего геометрически, а также одинаковые по физической сути), движущиеся, например, как два цилиндрических потока, рисунок 2.6.

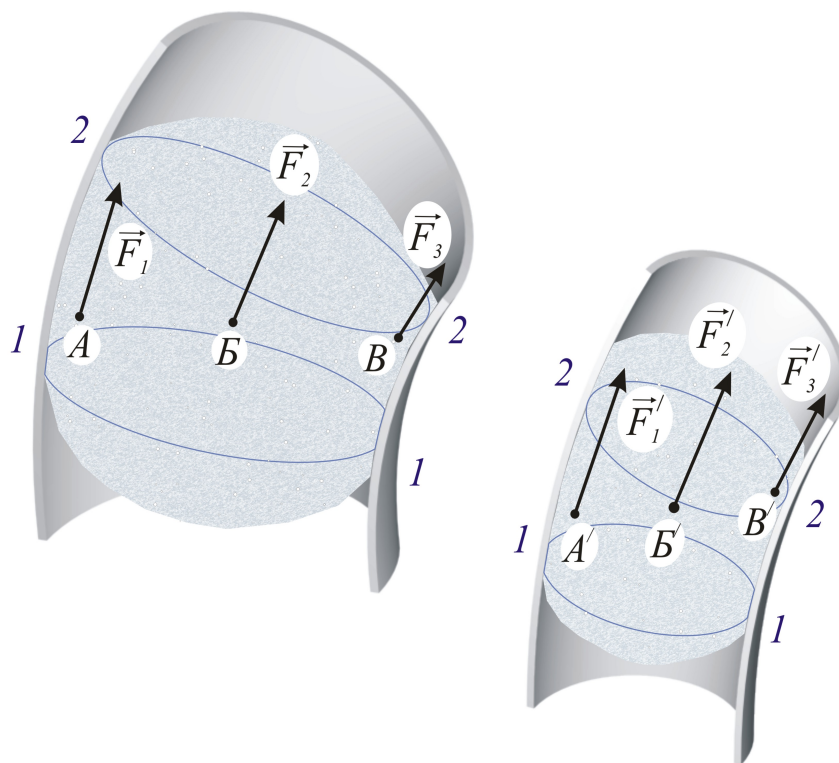


Рис.2.6. К закону гидродинамического подобия (закону Ньютона)

Приведем формулировку Ньютона (1686 г.)

*В динамически подобных потоках действующие в сходственных точках силы должны находиться в одинаковых соотношениях.* Практически это означает, что силы не могут быть произвольными – между ними должно выполняться вполне определенное соответствие. Так, для сил, указанных на рисунке 2.6,

$$\frac{F_1}{F_1'} = \frac{F_2}{F_2'} = \frac{F_3}{F_3'} = \dots \text{ и т.д.}$$

Получим соотношение сил, действующих в двух гидродинамических системах, используя второй закон динамики – закон Ньютона.

*Замечание 1.* Поскольку далее записывается отношение двух одинаковых физических величин, то получаемый результат всегда является безразмерным.

*Замечание 2.* В числителе и знаменателе такого отношения (дроби) вполне допустимо использование размерностей записанных величин. Важно только, чтобы обе физические величины были бы формально записаны одинаково.

Далее при выводе использованы следующие обозначения:

$l_1, l_2$  - размеры в подобных системах;

$m_1, m_2$  - массы;

$W_1, W_2$  - объемы, отношение которых  $\frac{W_1}{W_2} = \frac{l_1^3}{l_2^3}$ ;

$a_1, a_2$  - ускорение; с учетом размерности  $a_1 = \frac{l_1}{t_1^2}$ ;  $a_2 = \frac{l_2}{t_2^2}$ ;

$t_1, t_2$  - время;

$V_1, V_2$  - скорости;  $V_1 = \frac{l_1}{t_1}$ ,  $V_2 = \frac{l_2}{t_2}$ .

Отношение сил, действующих на основании второго закона динамики:

$$\frac{m_1 a_1}{m_2 a_2} = \frac{\rho_1 W_1 \cdot a_1}{\rho_2 W_2 \cdot a_2} = \frac{\rho_1 l_1^3}{\rho_2 l_2^3} \cdot \frac{l_1}{t_1^2} \cdot \frac{t_2^2}{l_2} = \frac{\rho_1 l_1^2}{\rho_2 l_2^2} \cdot \frac{l_1^2}{t_1^2} \cdot \frac{t_2^2}{l_2^2} = \frac{\rho_1 l_1^2 V_1^2}{\rho_2 l_2^2 V_2^2}.$$

Это безразмерное отношение называется числом Ньютона:  $Ne = \frac{\rho_1 l_1^2 V_1^2}{\rho_2 l_2^2 V_2^2}$ .

Получим условие подобия реальных жидкостных потоков, в которых основными являются силы вязкости (силы трения). На основании закона трения Ньютона полная сила трения

$$[T_{mp}] = \tau \cdot S = \mu \frac{dV}{dh} \cdot S = \left[ \mu \cdot \frac{V}{l} \cdot l^2 \right] = [\mu \cdot V \cdot l].$$

Отношение сил трения  $\frac{T_{mp1}}{T_{mp2}}$  не может быть произвольным, оно должно быть равно числу Ньютона:

$$\frac{T_{mp1}}{T_{mp2}} = Ne, \text{ т.е. } \frac{\mu_1 \cdot V_1 \cdot l_1}{\mu_2 \cdot V_2 \cdot l_2} = \frac{\rho_1 l_1^2 V_1^2}{\rho_2 l_2^2 V_2^2}, \frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\rho_1 l_1 V_1}{\rho_2 l_2 V_2}.$$

Преобразуем далее таким образом:

$$\frac{V_1 l_1}{\frac{\mu_1}{\rho_1}} = \frac{V_2 l_2}{\frac{\mu_2}{\rho_2}}, \dots, \frac{V_1 l_1}{\nu_1} = \frac{V_2 l_2}{\nu_2}.$$

Полученный для каждого потока комплекс является безразмерным:

$$\left[ \frac{Vl}{\nu} \right] = \left[ \frac{\frac{\mu}{c} \cdot \mu}{\frac{\mu^2}{c}} \right] = [-].$$

$\frac{Vl}{\nu} = Re$  - это *критерий Рейнольдса*.

Равенство критериев Рейнольдса для двух жидкостных потоков и является условием их гидродинамического подобия, когда  $Re_1 = Re_2$ .

Для цилиндрических труб основным, определяющим размером является диаметр, т.е.

$$Re = \frac{V \cdot d}{\nu}.$$

Численное значение критерия Рейнольдса позволяет оценить известные из курса физики различные режимы течения жидкости. Так, в интервале  $0 < Re < 2300$  имеет место *ламинарный* режим, при  $2300 < Re < 10^4$  – *переходный* и при  $Re > 10^4$  – *устойчивый турбулентный* режим.

Поясним на отдельных примерах некоторые отмеченные выше положения.

**Пример 17.** Вода при температуре  $t = 20^\circ C$  движется со скоростью  $V = 2 \text{ м/с}$  в трубе диаметром  $d = 200 \text{ мм}$ . Определить режим движения жидкости.

Решение. Режим определяется численным значением числа Рейнольдса  $Re = \frac{V \cdot d}{\nu}$ . При температуре  $20^\circ C$  кинематический коэффициент вязкости для



воды имеет величину  $\nu = 1,006 \cdot 10^{-6} \frac{M^2}{c}$ . Тогда критерий

$Re = \frac{V \cdot d}{\nu} = \frac{2 \cdot 0,200}{1,006 \cdot 10^{-6}} = 4 \cdot 10^5 > 10^4$ , т.е. режим движения жидкости – устойчивый турбулентный.

**Пример 18.** В трубе диаметром  $d_1 = 100 \text{ мм}$  движется вода со скоростью  $V_1 = 0,5 \text{ м/с}$ . Температура воды  $t_1 = 20^\circ \text{C}$ . Определить скорость движения воды при той же температуре во второй трубе диаметром  $d_2 = 50 \text{ мм}$ , из условия одинаковости режима течения в обеих трубах. Указать режим течения жидкости.

Решение. Одинаковый режим имеет место в том случае, когда  $Re_1 = Re_2$ , т.е.  $\frac{V_1 \cdot d_1}{\nu_1} = \frac{V_2 \cdot d_2}{\nu_2}$ . При одинаковой температуре  $\nu_1 = \nu_2$  и скорость движения

воды во второй трубе  $V_2 = \frac{V_1 \cdot d_1 \cdot \nu_2}{d_2 \cdot \nu_1} = \frac{0,5 \cdot 0,1}{0,050} = 1 \text{ м/с}$ .

Режим движения в обеих трубах определяется численным значением числа Рейнольдса.

Определив  $Re = \frac{V_1 \cdot d_1}{\nu_1} = \frac{V_2 \cdot d_2}{\nu_2} = \frac{0,5 \cdot 0,1}{1,006 \cdot 10^{-6}} = 5 \cdot 10^4 > 10^4$ , можно утверждать, что и в этом случае режим течения воды – устойчивый турбулентный.

### 2.7.1. ТЕОРИЯ ПОДОБИЯ В ТЕПЛОТЕХНИКЕ

Теория подобия показывает условия сравнимости физических процессов. Сформулируем те из них, которые относятся к конвективному теплообмену.

Замечание 1. Поясним еще раз собственно термины – конвекция или конвективный теплообмен. *Конвекцией* является такой вид теплообмена, который происходит между движущейся жидкостью и поверхностью (стенкой) при наличии разности температур между ними. Обозначая температуры поверхности (стенки)  $t_c$  и жидкости  $t_{ж}$ , запишем количество тепла, отдаваемого с единицы площади, как удельный тепловой поток

$$q = \alpha (t_c - t_{ж}) \left[ \frac{Вт}{м^2} \right].$$

В этом уравнении коэффициент пропорциональности  $\alpha$  скрывает всю сложность теплофизического процесса – процесса передачи тепла от стенки к жидкости (или газу).

Однако простая размерность коэффициента

$$[\alpha] = \left[ \frac{q}{\Delta t} \right] = \left[ \frac{Вт}{м^2 \cdot ^\circ K} \right]$$

показывает его физическое содержание: коэффициент теплоотдачи численно равен тепловому потоку при разности температур между стенкой и жидкостью в один градус, т.е. этот коэффициент оценивает интенсивность теплообмена.

Именно определение коэффициента теплоотдачи является основной задачей конвективного теплообмена. Этот коэффициент – искомый, т.е. он является определяемым.

Конвекция тоже может происходить по-разному. Если жидкость или газ движутся под действием внешних сил (насос, вентилятор и пр.), то такая конвекция является и называется вынужденной.

Если же жидкость или газ движутся «сами по себе» - т.е. за счет разности плотностей макрочастиц в различных точках по объему жидкости – это свободная, или естественная, конвекция. Например, все процессы, происходящие в атмосфере Земли, - это свободная конвекция (причем атмосферное движение воздуха практически всегда является турбулентным).

## 2.7.2. УСЛОВИЯ ОДНОЗНАЧНОСТИ В ПРОЦЕССАХ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

При постановке задачи для определения коэффициента теплоотдачи должны быть заданы вполне конкретные величины.

Эти величины составляют условия однозначности, которые включают в общем случае следующее:

а) геометрические условия, т.е. все необходимые размеры объекта –  $l_1, l_2, \dots$ ;

б) теплофизические характеристики жидкости (газа), участвующей в теплообмене -  $\lambda, c, \rho, \nu, g, \beta, \dots$ ;

в) граничные условия –  $t_c, t_{ж}, \Delta t, V$  (скорость),...

Поясним, кроме тех, что описаны выше, величины, входящие в условие однозначности:

$c, \frac{Дж}{кг \cdot ^\circ K}$  - удельная теплоемкость жидкости (газа);

$\rho, \frac{кг}{м^3}$  - плотность;

$\nu, \frac{м^2}{с}$  - кинематический коэффициент вязкости;

$g = 9,8 \frac{м}{с^2}$  - ускорение сил тяжести;

$\beta, \frac{1}{^\circ K}$  - коэффициент объемного расширения, равный для газов  $\beta = \frac{1}{T} \left[ \frac{1}{^\circ K} \right]$ .

Приведем пример, приводящий к определяемому критерию. Рассмотрим свободную конвекцию около нагретой вертикальной стенки (рисунок 2.7).

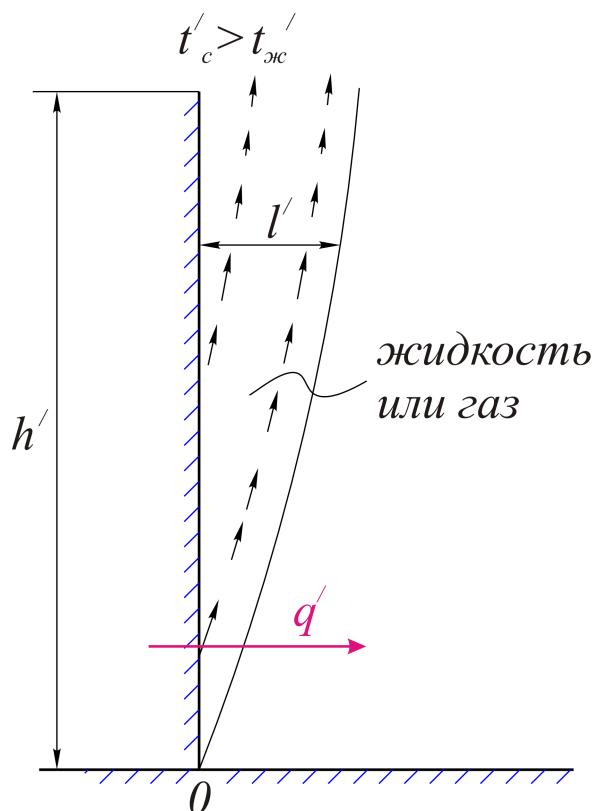


Рис.2.7. К примеру о нагретой вертикальной плоской стенке

Для решения этой задачи надо знать условия однозначности:

- 1) высоту стенки и ее ширину,  $h'$ ,  $b'$  - это геометрические условия;
- 2) теплофизические характеристики жидкости -  $\lambda$ ,  $c$ ,  $\rho$ ,  $\nu$ ,  $g$ ,  $\beta$ , ...;
- 3) граничные условия (для температур) -  $t_c$ ,  $t_{ж}$ ,  $\Delta t$ , ...

Тепловой поток, передаваемый через движущийся слой жидкости толщиной  $l'$ , можно записать уравнением теплопроводности

$$q' = \frac{\lambda'}{l'} (t'_c - t'_{ж}).$$

Этот же тепловой поток, отдаваемый конвекцией,

$$q' = \alpha' (t'_c - t'_{ж}).$$

Формально должно выполняться равенство

$$\frac{\lambda'}{l'} = \alpha', \text{ откуда } \frac{\alpha' l'}{\lambda'} = 1.$$

В этом примере все величины имеют обозначение – один штрих. Но ведь и в тысяче первом подобном примере  $\frac{\alpha l}{\lambda} = 1$ . Справедливо записать, что для многих подобных задач  $\frac{\alpha l}{\lambda} = \text{idem}$  (idem - одно и то же). Безразмерный комплекс  $\frac{\alpha \cdot l}{\lambda} = \text{Nu}$  называется *критерием Нуссельта* и является определяемым, так как, определив численное значение Nu, можно найти коэффициент теплоотдачи (размер  $l$  и коэффициент теплопроводности жидкости заданы при постановке задачи):

$$\alpha = \frac{\text{Nu} \cdot \lambda}{l}.$$

Объясним далее, что такое – определяющие критерии.

Как показано выше, коэффициент теплоотдачи зависит от многих величин:

$$\alpha = f(l_1, l_2, \dots, \lambda, c, \rho, \nu, g, \beta, \dots, \nu, t_c, t_{ж}, \Delta t).$$

Выяснить зависимость  $\alpha$  от каждой из них не представляется возможным, так как, например, изменение температуры ( $t_c$  или  $t_{ж}$ ) влечет изменение всех теплофизических характеристик жидкости.

Теория подобия предлагает другое.

Все величины, входящие в условие однозначности, можно представить в виде безразмерных критериев:

$$\frac{l}{\nu}; \frac{\nu}{a}; \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot l^3}{\nu^2}.$$

Здесь  $a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \left[ \frac{m^2}{c} \right]$  - коэффициент температуропроводности.

Число этих критериев значительно меньше числа величин, входящих в зависимость для коэффициента теплоотдачи.

Первый из этих критериев известен – это *критерий Рейнольдса*;

$\text{Re} = \frac{l}{\nu}$ , определяющий режим движения жидкости или газа.

Второй – *критерий Прандтля*:  $Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{\nu \cdot c \cdot \rho}{\lambda}$ , оценивающий

теплофизические свойства конкретной жидкости, без которых нельзя решить задачу, и по этой простой причине входящий практически во все критериальные уравнения конвективного теплообмена.

Последний из критериев,  $Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot l^3}{\nu^2}$ , назван именем Грасгофа.

Коэффициент объемного расширения жидкости  $\beta$  тем больше, чем больше разность температур между стенкой и жидкостью ( $t_c - t_{жс}$ ).

*Критерий Грасгофа* оценивает подъемную (архимедову) силу, возникающую при свободной конвекции.

Отметим, что все до одной величины, входящие в эти критерии, должны быть заданы при постановке задачи, и в этом смысле они являются определяющими.

Критерии Re, Pr, Gr также названы *определяющими критериями*.

Очень важными, с расчетной точки зрения, являются определяющий размер и определяющая температура.

Теория подобия не указывает размер  $l$ , который входит далее в критериальные уравнения. Однако накопленный теоретический и экспериментальный опыт позволяет сделать следующий вывод – в качестве определяющего следует принимать тот размер, который определяет направление развития процесса конвективного теплообмена. Так, для вертикальной нагретой пластины – это ее высота, для поверхности нагретой горизонтальной трубы (внешняя задача) – это диаметр трубы и т.д.

В критерии конвективного теплообмена входят теплофизические характеристики жидкости. При какой температуре их следует принимать: при  $t_c$ , при  $t_{ж}$ , при  $\frac{t_c + t_{жс}}{2}$  и т.д.?

Критериальные уравнения последних десятилетий показывают, что чаще всего за определяющую температуру следует принимать температуру жидкости (газа) вдали от стенки –  $t_{ж}$ . Тот же экспериментальный опыт учит нас, что расчетные уравнения можно уточнить с помощью отношения  $\left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c}\right)$ , учитывающего направление теплового потока (от стенки к жидкости или наоборот). В отношении  $\left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c}\right)$  критерий  $Pr_{жс}$  принимается при температуре жидкости,  $Pr_c$  - при температуре стенки  $t_c$ .

Общая структура критериальных уравнений представляется следующей. Искомый коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  входит в определяемый критерий Нуссельта Nu. В общем случае  $Nu = f(Re, Gr, Pr)$ .

Однако для конкретных видов конвекции эта зависимость упрощается.

Например, для вынужденной конвекции  $Nu = f_1(Re, Pr, \dots)$ , для свободной конвекции  $Nu = f_2(Gr, Pr, \dots)$ .

Критериальные уравнения конвективного теплообмена, полученные на основе экспериментальных данных, чаще всего имеют вид степенной функции:

$$Nu = C \cdot (Gr \cdot Pr)^n \left( \frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^m.$$

Изложим кратко *теорему Кирпичева – Гухмана*.

Положения, изложенные выше, достаточно полно отражены в теореме Кирпичева – Гухмана, включающей следующее:

1) Подобные процессы должны быть качественно одинаковыми, т.е. они должны иметь одинаковую физическую природу и описываться одинаковыми по форме записи дифференциальными уравнениями.

2) Условия однозначности подобных процессов должны быть одинаковы во всем, кроме численных значений постоянных, входящих в эти условия.

3) Одноименные определяющие критерии подобных физических процессов должны иметь одинаковую численную величину.

Замечания и пояснения к теореме.

*По п.1.* Сравнению (подобию) подлежат только одинаковые с физической точки зрения процессы. Например: 1) движение жидкости в трубах; 2) движение воздуха около нагретой горизонтальной трубы и т.д.

Эти качественно одинаковые физические процессы описываются одинаковыми дифференциальными уравнениями (уравнение энергии, уравнение сплошности, уравнение движения), которые вместе с граничными условиями представляют постановку задачи конвективного теплообмена.

Уравнения должны быть одинаковы – для первой, второй...- любой подобной задачи – в этом содержание п.1.

*По п.2.* Число величин, которые должны быть заданы при решении подобных задач, должно быть одинаковым. Условно: если при решении задачи 1 этих величин должно быть шесть, то и в подобной задаче 2 точно таких же величин – тоже шесть (например  $l, g, \beta, \Delta t, \nu, \lambda \dots$ ). Численные значения этих величин могут быть разными, но...

*По п.3.* Сравнимыми (подобными) являются процессы, в которых определяющие критерии одинаковы. Например, при движении жидкости (газа) в трубах должно быть одинаковым число (критерий)  $Re = \frac{V \cdot d}{\nu}$ .

Заметим, что одно и то же число  $Re$ , например  $Re=1000$ , может быть получено бесчисленным сочетанием конкретных значений скорости  $V$ , диаметра  $d$  и вязкости  $\nu$ .

Эти условия однозначности могут быть любыми по значению, но определяющие критерии должны быть численно одинаковыми ( $Re_1=Re_2$ ).

Только в этом случае физические процессы подобны, одинаковы по физической сути. Только в этом случае – это задачи одного класса и, что совсем

просто практически, - подобные задачи решаются по одним и тем же критериальным уравнениям.

Приведем пример решения одной задачи конвективного теплообмена.

**Пример 19.** Определить коэффициент теплоотдачи при движении воздуха внутри трубы. Температура воздуха внутри трубы  $t_{жс} = 270^\circ C$ , скорость воздуха  $V = 16,5 \text{ м/с}$ , диаметр трубы  $d = 210 \text{ мм}$ .

Решение. Движение воздуха внутри трубы вынужденное. Из таблиц теплофизических свойств запишем (при  $t_{жс} = 270^\circ C$ ):

$$\lambda_{жс} = 4,34 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{К}} \text{ - коэффициент теплопроводности;}$$

$$\nu_{жс} = 42,15 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}} \text{ - кинематический коэффициент вязкости.}$$

Определим режим движения воздуха внутри трубы по значению числа Рейнольдса:

$$\text{Re}_{ж,д} = \frac{V \cdot d}{\nu_{жс}} = \frac{16,5 \cdot 0,210}{42,15 \cdot 10^{-6}} = 82000 > 10^4,$$

т.е. режим движения является устойчивым турбулентным.

Используем критериальное уравнение для воздуха ( $\text{Pr}_{жс} \approx \text{Pr}_c = 0,7$ ):

$$\text{Nu}_{жс,д} = 0,018 \text{Re}_{жс,д}^{0,8} = 0,018 (82000)^{0,8} = 153.$$

Из равенства  $\text{Nu}_{жс,д} = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda_{жс}} = 153$  определяем коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = \frac{\text{Nu}_{жс,д} \cdot \lambda_{жс}}{d} = \frac{153 \cdot 4,34 \cdot 10^{-2}}{0,210} = 31,6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{К}}.$$

Представим далее, для качественного сравнения, уравнение для коэффициента теплоотдачи в прямой степенной зависимости, совершенно для другой задачи конвективного теплообмена.

Так, для теплообмена при движении жидких металлов ( $K, Na$ ) используется критериальное уравнение вида:  $\text{Nu} = 0,3 (\text{Re} \cdot \text{Pr})^{0,75} (\text{Pr})^{-0,2}$ .

Если от критериев  $\text{Re}, \text{Pr}, \dots$  перейти к условиям однозначности, то для коэффициента теплоотдачи получим зависимость:

$$\alpha = 0,3 V^{0,75} \cdot l^{-0,25} \cdot \lambda^{0,45} \cdot \rho^{0,55} \cdot \nu^{-0,2} \cdot C_p^{0,55}, \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{К}} \right].$$

Одно лишь замечание. Следует согласиться, что последняя зависимость сложнее, чем взаимосвязь между критериями подобия.

Теория подобия указывает пути теоретического и экспериментального поиска, когда сравниваемые физические явления многокритериальны, однако число этих критериев (они названы определяющими) значительно меньше числа величин, входящих в условия однозначности конкретной задачи.

Замечательное свойство критериальных уравнений – их безразмерность.

Полученные 30-50 лет назад, они сегодня так же применимы, как тогда, когда единицей тепла являлась Ккал, и сегодня, когда в системе СИ – это /Дж/ или /кДж/.

Теория подобия позволяет найти условие сравнимости (подобия) физических процессов, которое является зачастую исходной точкой для решения данной технической задачи.

### 2.7.3. РАСЧЕТ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ВЫНУЖДЕННОЙ КОНВЕКЦИИ

Поясним еще раз, что вынужденная конвекция обусловлена движением жидкости или газа, которое создается внешним источником энергии.

Общая структура критериального уравнения указана ранее.

Это критерий Нуссельта, который зависит от значения числа Рейнольдса и критерия Прандтля:

$$Nu = f(Re, Pr, \dots).$$

Общее число технических задач теплообмена при вынужденной конвекции можно считать бесконечным. Однако проще, следуя Ньютону, что примеры не менее поучительны, чем правила, показать расчет вынужденной конвекции именно в решении конкретной задачи.

**Пример 20.** В трубе теплообменного аппарата при давлении  $p=1 \text{ МПа}$  со скоростью  $V=6 \text{ м/с}$  движется воздух, имеющий температуру  $t_{жс}=10^\circ \text{C}$ .

Внутренний диаметр трубы  $d=20 \text{ мм}$ , толщина стенки трубы  $\delta=2 \text{ мм}$ , коэффициент теплопроводности материала  $\lambda=20 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ \text{K}}$ .

Температура наружной поверхности трубы  $t_2=600^\circ \text{C}$ , коэффициент теплоотдачи с наружной поверхности  $\lambda_2=40 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ \text{K}}$ .

Определить коэффициент теплоотдачи для внутренней поверхности трубы и тепловую мощность для одного метра длины трубы.

Решение. Определим режим движения воздуха внутри трубы.

При температуре  $t_{жс}=10^\circ \text{C}$  находим по таблице кинематический коэффициент вязкости воздуха:  $\nu=14,16 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$ .

Определяем критерий Рейнольдса:

$$Re = \frac{V \cdot d}{\nu} = \frac{6 \cdot 0,020}{14,16 \cdot 10^{-6}} = 0,846 \cdot 10^4.$$

Делаем вывод, что режим движения весьма близок к турбулентному (для него  $Re \geq 10^4$ ).



Критериальное уравнение при движении сплошной среды внутри трубы при турбулентном режиме имеет вид:

$$Nu_{ж, d} = 0,021 Re_{ж, d}^{0,8} \cdot Pr_{ж}^{0,43} \cdot \left( \frac{Pr_{ж}}{Pr_c} \right)^{0,25}.$$

Для воздуха критерий Прандтля  $Pr_{ж} = Pr_c \approx 0,7$  и уравнение можно записать:

$$Nu_{ж, d} = 0,018 Re_{ж, d}^{0,8}.$$

Индексы означают только следующее: определяющей температурой является температура воздуха внутри трубы ( $t_{ж}$ ), определяющим размером – диаметр трубы.

Определяем среднее значение критерия Нуссельта в этой задаче:

$$\overline{Nu}_{ж, d} = 0,018 Re_{ж, d}^{0,8} = 0,018 (0,846 \cdot 10^4)^{0,8} = 24,8.$$

Безразмерное число Нуссельта

$$\overline{Nu}_{ж, d} = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda_{ж}}.$$

Коэффициент теплопроводности при той же температуре  $t_{ж} = 10^\circ C$  для воздуха  $\lambda_{ж} = 2,51 \cdot 10^{-2} \frac{Вт}{м \cdot ^\circ K}$ . Тогда коэффициент теплоотдачи от воздуха к внутренней поверхности трубы составляет величину

$$\alpha_1 = \frac{\overline{Nu} \cdot \lambda}{d} = \frac{24,8 \cdot 2,51 \cdot 10^{-2}}{0,020} = 31,2 \frac{Вт}{м^2 \cdot ^\circ K}.$$

Цилиндрическую стенку, при ее малой толщине  $\left( \frac{d_2}{d_1} = \frac{22}{20} \right)$ , можно просчитать по формулам для плоской, когда коэффициент теплопередачи

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\frac{1}{31,2} + \frac{0,002}{20} + \frac{1}{40}} = 29,2 \frac{Вт}{м^2 \cdot ^\circ K},$$

а тепловая мощность для одного метра длины трубы

$$q_l = k \cdot \pi \cdot d \cdot l \cdot \Delta t = 29,2 \cdot 3,14 \cdot 0,020 \cdot 1 (600 - 10) = 1070 \frac{Вт}{1 м} = 1,07 \frac{кВт}{1 м}.$$

## 2.7.4. РАСЧЕТ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ

Для свободной конвекции, как замечено ранее, критериальное уравнение представляет зависимость критерия Нуссельта от критериев Грасгофа и Прандтля и имеет вид:

$$\text{Nu} = f(\text{Gr}, \text{Pr}, \dots).$$

Рассмотрим решение этого уравнения на конкретном примере.

**Пример 21.** Определить потери тепла конвекцией с внешней поверхности трубы, имеющей температуру  $t_c = 160^\circ\text{C}$ , диаметром 210 мм, если температура наружного воздуха  $t_{жс} = 0^\circ\text{C}$ . Потери тепла определить для одного метра длины трубы.

Решение. В обычных технических задачах, подобных предложенной, имеет место турбулентный режим обтекания трубы (в верхней ее части), рисунок 2.8.

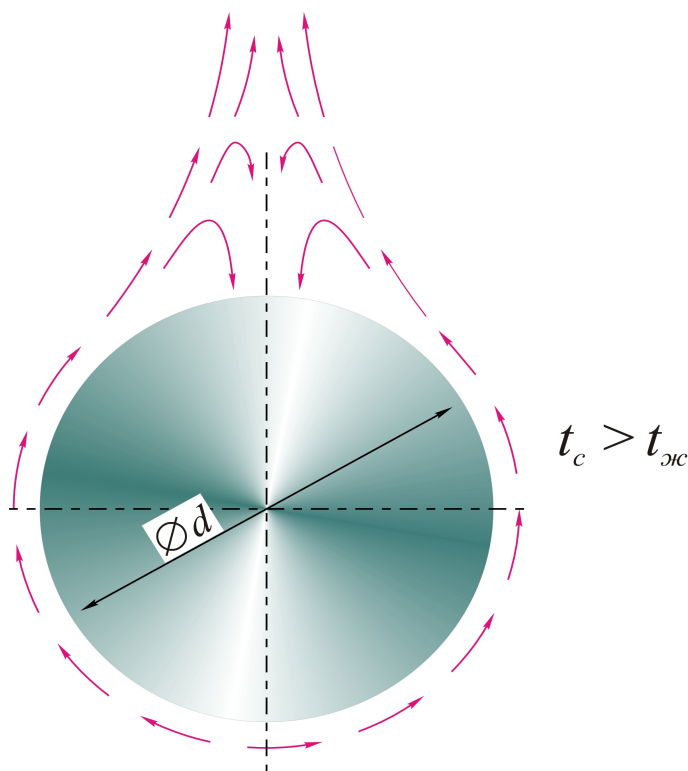


Рис.2.8. Внешняя задача. Свободная конвекция около горячей цилиндрической поверхности (схема)

В этом случае следует использовать *формулу И. М. Михеевой*:

$$\text{Nu}_{жс, d} = 0,50 (\text{Gr}_{жс, d} \cdot \text{Pr}_{жс})^{0,25} \cdot \left( \frac{\text{Pr}_{жс}}{\text{Pr}_c} \right)^{0,25}.$$

Для воздуха можно считать, что при температуре жидкости (воздуха) и при температуре стенки критерий Прандтля имеет практически одно и то же значение ( $\approx 0,7$ ).

Уравнение упрощается до вида:

$$\text{Nu}_{ж, d} = 0,46 \text{Gr}_{ж, d}^{0,25}$$

В этом уравнении критерий Грасгофа

$$\text{Gr}_{ж, d} = \frac{g \cdot \beta_{ж} \cdot \Delta t \cdot d^3}{\nu_{ж}^2},$$

где  $g = 9,81 \frac{M}{c^2}$  - ускорение земного тяготения;

$\beta_{ж} = \frac{1}{T_{ж}} = \frac{1}{273} \left[ \frac{1}{K} \right]$  - коэффициент объемного расширения воздуха;

$\Delta t = t_c - t_{ж} = 160 - 0 = 160^\circ C$  - расчетная разность температур, между стенкой трубы и окружающей средой;

$d = 0,21 \text{ м}$ ;

$\nu_{ж} = 13,28 \cdot 10^{-6} \left[ \frac{M^2}{c} \right]$  - кинематический коэффициент вязкости для воздуха при его температуре  $t_{ж} = 0^\circ C$ .

Запишем здесь же коэффициент теплопроводности воздуха  $\lambda_{ж} = 2,44 \cdot 10^{-2} \left[ \frac{Вт}{м \cdot K} \right]$ .

Определим критерий Нуссельта:

$$\text{Nu}_{ж, d} = 0,46 \left( \frac{g \cdot \beta_{ж} \cdot \Delta t \cdot d^3}{\nu_{ж}^2} \right)^{0,25} = 0,46 \left( \frac{9,81 \cdot 160 \cdot 0,21^3}{273 (13,28 \cdot 10^{-6})^2} \right)^{0,25} = 28,2.$$

Из равенства  $\text{Nu}_{ж, d} = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda_{ж}} = 28,2$  находим коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = \frac{28,2 \cdot \lambda_{ж}}{d} = \frac{28,2 \cdot 2,44 \cdot 10^{-2}}{0,21} = 3,28 \left[ \frac{Вт}{м^2 \cdot K} \right].$$

а затем потери тепла для одного метра длины трубы

$$g_l = \alpha \cdot \pi \cdot d \cdot l \cdot \Delta t = 3,28 \cdot 3,14 \cdot 0,21 \cdot 1 \cdot 160 = 344 \frac{\text{Вт}}{1 \text{ м длины}}.$$

## 2.7.5. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ О КОНВЕКТИВНОМ ТЕПЛООБМЕНЕ

Искомый (определяемым) критерием в задачах конвективного теплообмена является критерий Нуссельта (Nu).

В настоящем пособии не рассматривается многочисленный ряд задач, подробно изложенных в учебной и справочной литературе. Это, в частности, теплоотдача при обтекании плоской пластины, теплоотдача при поперечном обтекании труб (вынужденная конвекция), теплоотдача в пучках труб и т.д.

Зная общие правила конвективного теплообмена и структуру критериальных уравнений, можно решить практически любую техническую задачу. Тем более, что критериальные уравнения, полученные тридцать или пятьдесят лет назад (они ведь безразмерны!), применимы целиком и полностью и в настоящее время.

## 2.8. ЛУЧИСТЫЙ ТЕПЛООБМЕН (ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ)

Лучистая энергия передается с помощью электромагнитных волн.

В зависимости от длины волны в физике классифицируют такие виды излучения, как *космическое, гамма-излучение, рентгеновское, ультрафиолетовое, видимое, тепловое и радиоволны.*

Приводим данные с указанием длин волн для трех последних.

1. Видимое -  $(0,4 \dots 0,8) \cdot 10^{-3} \text{ мм}.$
2. Тепловое -  $0,8 \cdot 10^{-3} \dots 0,8 \text{ мм}.$
3. Радиоволны -  $> 0,2 \text{ мм}.$

Наибольший интерес представляет здесь тепловое излучение, хотя границы его, даже по длинам волн, являются достаточно условными.

Рассматривая вопросы теплового излучения, можно проводить сравнение с излучением световым (видимым), которое более всего доступно нашему наблюдению и воспринимается не столько на научном, сколько на эмоциональном уровне.

Следует отметить несколько важных физических положений, прежде чем излагать основные законы теплового излучения.

Твердые тела имеют, как правило, сплошной спектр излучения, т.е. излучают энергию всех длин волн (от нуля до бесконечности).

В процессах лучистого теплообмена твердых тел участвуют достаточно малые поверхностные слои, от нескольких микрон до миллиметра.

Двухатомные газы (кислород, азот) практически в теплообмене излучением не задействованы. В этом смысле двухатомные газы называют *диатермичными.*

Заметной способностью излучать и поглощать лучистую энергию обладают только трехатомные и многоатомные соединения, среди которых следует назвать водяной пар, аммиак и др. Кстати, способностью трехатомных

газов, в первую очередь двуокиси углерода, поглощать тепловую энергию Солнца и накапливать ее в атмосфере Земли обусловлен так называемый «парниковый эффект» - далеко не безобидное явление.

### 2.8.1. ВИДЫ ЛУЧИСТЫХ ПОТОКОВ

Рассмотрим схему разделения лучистого потока, падающего на какую-либо, скажем так, полупроницаемую среду, рисунок 2.9 (наверное, здесь аналогия со световыми явлениями).

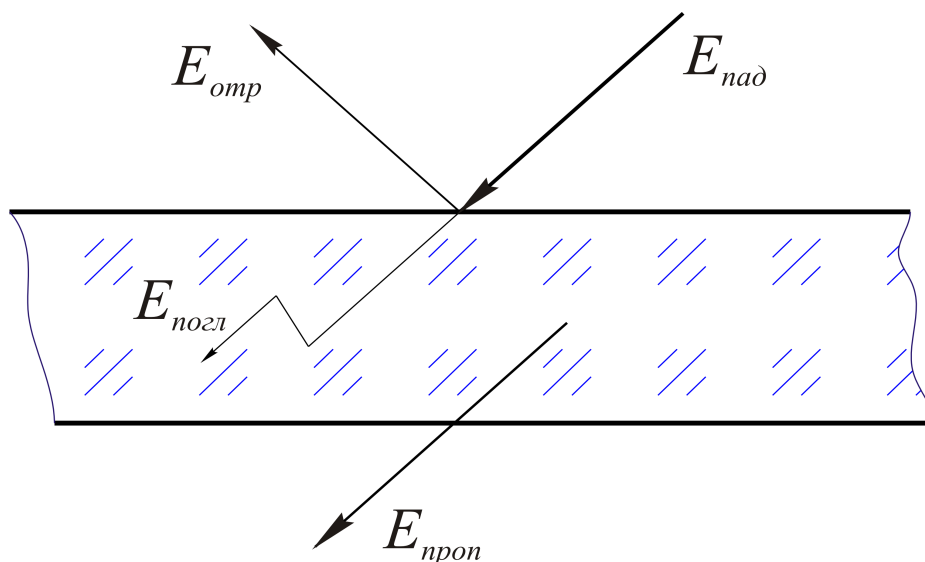


Рис.2.9. Падающий извне тепловой поток частично отражается, затем поглощается сплошной средой, и, при определенных условиях, эта среда может пропустить часть падающего излучения

Баланс для потоков излучения может быть только один:

$$E_{\text{пад}} = E_{\text{отр}} + E_{\text{погл}} + E_{\text{проп}}.$$

По сути, любая из величин  $E \left[ \frac{Вт}{м^2} \right]$  соответствует плотности теплового потока.

Разделим обе части последнего равенства на  $E_{\text{пад}}$ :

$$1 = \frac{E_{\text{отр}}}{E_{\text{пад}}} + \frac{E_{\text{погл}}}{E_{\text{пад}}} + \frac{E_{\text{проп}}}{E_{\text{пад}}},$$

или, в безразмерных величинах,

$$1 = R + A + D;$$

здесь  $R = \frac{E_{\text{отр}}}{E_{\text{пад}}}$  - коэффициент отражения,

$A = \frac{E_{\text{погл}}}{E_{\text{пад}}}$  - коэффициент поглощения,

$D = \frac{E_{\text{проп}}}{E_{\text{пад}}}$  - коэффициент пропускания.

Важнейшим коэффициентом является  $A$  – коэффициент поглощения, поскольку практически для твердых тел  $D=0$ , и тогда:

$$1 = A + R.$$

При коэффициенте отражения  $R=0$  поглощательная способность тела (или поверхности) равна единице. Такое тело называется абсолютно черным, когда  $A=1,0$ . Наглядно модель абсолютно черного тела представляют, например, схема человеческого глаза, или кунсткамера прошлого еще века.

Простейшей моделью абсолютно черного тела являются комнаты или квартиры (окна) по тем улицам, где мы проходим. Обратите внимание, что в самый солнечный день окна зданий почти черные. Это и есть информация для размышления.

## 2.8.2. НЕКОТОРЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ЗАКОНЫ ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

С учетом того, что твердые тела имеют сплошной спектр излучения, интегральным потоком (т.е. суммарным) назовем поток, исходящий с единицы поверхности излучения,

$$E = \frac{dQ}{dF} \left[ \frac{Bm}{m^2} \right].$$

По существу, эта величина соответствует удельному тепловому потоку, принятому в предыдущих разделах излагаемого курса ( $q \equiv E$ ). Для тепловой мощности в расчете на один квадратный метр

$$dQ = E \cdot dF [Bm].$$

Для конкретной площади:

$$Q = \int_F E \cdot dF,$$

или, наконец, при постоянной величине  $E$ ,

$$Q = E \cdot F \text{ [Вт]}.$$

*Интенсивностью излучения* является отношение плотности теплового потока к тому интервалу длин волн, в котором происходит это излучение, т.е.

$$I = \frac{dE}{d\lambda} \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3} \right].$$

Каждое тело, а вернее, его поверхность, одновременно излучает и поглощает лучистую энергию.

То тепловое излучение, которое однозначно определяется температурой и физическими свойствами тела, называется *собственным излучением*.

Далее приведем основные законы теплового излучения, т.е. только те, которые используются для решения конкретных технических задач, излагаемых в этом курсе.

### 1. *Закон Планка* (1935-1938 гг.)

Этот закон, полученный Планком теоретически, показывает зависимость интенсивности излучения от температуры и длины волны излучения:

$$I = \frac{C_1}{\lambda^5 \left( e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right)} \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3} \right],$$

где  $\lambda$  - длина волны, м;

$T$  - абсолютная температура, °K;

$C_1 = 3,74 \cdot 10^{-6} \text{ Вт/м}^2$ ;  $C_2 = 1,4388 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{°K}$ , - постоянные Планка.

Частным случаем этого закона, в зависимости от произведения  $\lambda \cdot T$ , является *закон Вина* (смещение интенсивности излучения с ростом температуры в сторону коротких длин волн) и *закон Релея-Джинса*, когда при

$\lambda T \gg C_2$ , или  $\frac{C_2}{\lambda \cdot T} \ll 1$ , интенсивность излучения

$$I = \frac{C_1 \cdot T}{C_2 \cdot \lambda^4}.$$

### 2. *Закон Стефана-Больцмана*.

Экспериментально закон установлен Стефаном (1879 г.) и подтвержден теоретически Больцманом (1881 г.).

Из определения интенсивности излучения  $I = \frac{dE}{d\lambda}$  плотность теплового излучения абсолютно черного тела

$$E_0 = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} I \cdot d\lambda = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} \frac{C_1}{\lambda^5 \left( e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right)} d\lambda = \sigma \cdot T^4 \left[ \frac{Bm}{M^2} \right],$$

где  $\sigma$  - постоянная величина.

Последнее равенство  $E_0 = \sigma \cdot T^4$  проще представить в таком виде:

$$E_0 = C_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4,$$

где  $C_0 = 5,67 \left[ \frac{Bm}{M^2 \cdot K^4} \right]$  - коэффициент излучения абсолютно черного тела.

Для обычных поверхностей (реальных тел) плотность излучения  $E$  меньше, чем для абсолютно черного тела, т.е.  $E < E_0$ , и отношение  $\frac{E}{E_0} = \varepsilon < 1,0$ . Это отношение и коэффициент  $\varepsilon$  называют *степенью черноты тела*.

Например, для большинства окисленных металлических поверхностей степень черноты находится в пределах 0,5...0,8; для никелированной полированной поверхности – 0,05...0,1; для сажи с жидким стеклом - около 0,95. Эти данные приведены для качественного сравнения свойств различных поверхностей.

Замечание. Обратите внимание на то, что закон Стефана-Больцмана можно получить из закона Планка, хотя расстояние между этими зависимостями более 50 лет, т.е. закон Планка получен гораздо позднее, а сегодня логичнее излагать законы так, как они представлены выше. Таких парадоксов в истории любой науки можно привести немало. Полученные иногда разрозненным путем, с течением времени законы физики выстраиваются в стройную логическую цепочку, тем самым подчеркивая, с точки зрения материалистического естествознания, единство окружающего нас мира и взаимосвязанности происходящих в этом мире физических явлений.

### 3. Закон Кирхгофа.

Вывод закона Кирхгофа занимает в любом учебнике не более двух страниц, переписывать которые нет необходимости.

Проще подойти к этому закону следующим образом.

Как отмечено ранее, излучает любое тело (поверхность, прежде всего), температура которого не равна нулю по Кельвину, т.е. абсолютно все тела, нас окружающие. Рассуждаем логически. Любое тело, окруженное системой других тел, излучает определенное количество энергии. Но почему тогда, в стационарном режиме, температура этого тела является постоянной? (Речь не идет о нагреве или охлаждении за счет излучения в специальных технических задачах). Только потому, что из системы окружающих тел излучающее тело получает такое же количество энергии.



Вывод. Любое тело излучает ровно столько же, сколько и поглощает – в этом закон теплового равновесия.

Используя введенные ранее безразмерные коэффициенты, запишем, что  $A = \varepsilon$ , т.е. коэффициент поглощения ( $A$ ) и коэффициент излучения ( $\varepsilon$  - или степень черноты тела) численно одинаковы.

Это и есть закон Кирхгофа:  $A = \varepsilon$ .

Замечание. В неживой природе все устроено совершенно рационально. Сколько тело отдает, столько и получает. Равенство, над которым можно поразмыслить.

### 2.8.3. СХЕМА ЛУЧИСТЫХ ПОТОКОВ ДЛЯ ПОВЕРХНОСТИ ИЗЛУЧАЮЩЕГО ТЕЛА

Рассмотри лучистые потоки для какой-либо поверхности твердого тела, рисунок 2.10.

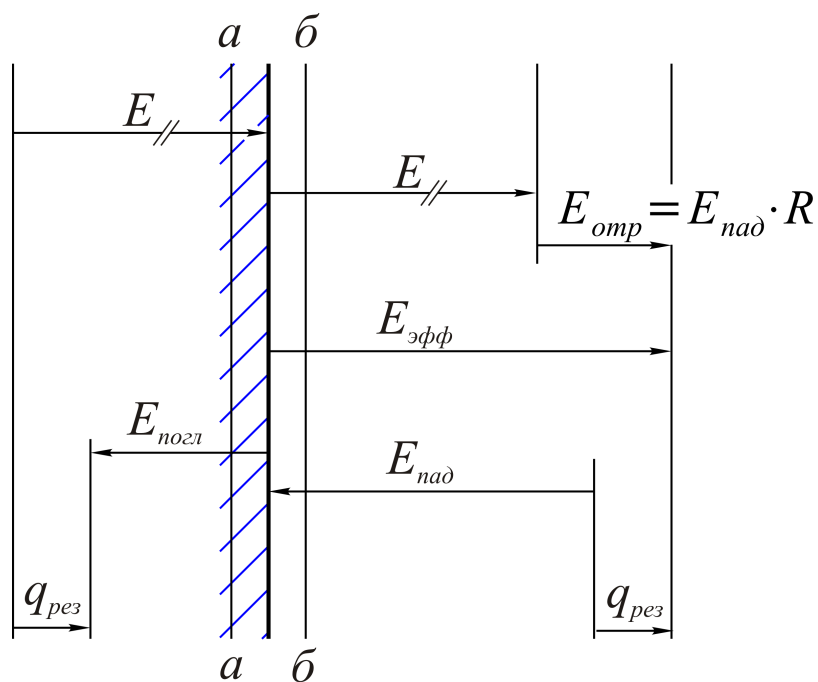


Рис.2.10. Схема лучистых потоков для поверхности твердого тела. Окружающие тела, от которых, в общем случае, приходит падающее на тело излучение, на рисунке не показаны. Задача состоит в определении результирующего теплового потока

Проведем следующее рассуждения, обозначив собственное излучение тела как  $E$ .

Далее две схемы.

Для поверхности  $a-a$  (условной), находящейся внутри тела, собственное излучение и излучение поглощенное  $E_{\text{погл}} = A \cdot E_{\text{пад}}$  направлены встречно, т.е. результатом лучистого теплообмена является результирующий тепловой поток

$$g_{\text{рез}} = E - E_{\text{погл}} = E - A \cdot E_{\text{пад}}.$$

В этом равенстве падающий лучистый тепловой поток, т.е. приходящий извне, обозначен как  $E_{\text{пад}}$ .

Для поверхности  $\delta$ - $\delta$ , находящейся вне тела, можно определить сумму собственного  $E$  и отраженного излучений  $-E_{\text{отр}} = E_{\text{пад}} \cdot R$ , т.е. назовем это эффективным излучением

$$E_{\text{эфф}} = E + E_{\text{пад}} \cdot R.$$

Этот поток уходит от поверхности тела, и тогда результирующий следует представить как разность эффективного (от тела) и падающего (на тело) тепловых потоков:

$$q_{\text{рез}} = E_{\text{эфф}} - E_{\text{пад}}.$$

Получим связь между эффективным и результирующим потоками

$$E_{\text{эфф}} = q_{\text{рез}} + E_{\text{пад}}.$$

Используем выражение для падающего теплового потока (из формулы для поверхности  $a$ - $a$ ):

$$E_{\text{пад}} = \frac{E - q_{\text{рез}}}{A}.$$

Тогда

$$E_{\text{эфф}} = q_{\text{рез}} + \frac{E - q_{\text{рез}}}{A},$$

или

$$E_{\text{эфф}} = q_{\text{рез}} \left( 1 - \frac{1}{A} \right) + \frac{E}{A}.$$

Последнее соотношение представляется весьма полезным для решения ряда технических задач.

Замечание. Для абсолютно черных тел, когда  $A=1$ , эффективный тепловой поток равен собственному (см. последнюю формулу), но, как отмечено ранее, все тела, нас окружающие, являются серыми, для которых  $A=\varepsilon < 1,0$ , требует дополнительного решения для результирующего теплового потока.

## 2.8.4. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В настоящее время существуют, как минимум, два метода расчета теплового излучения, суть которых и излагается ниже.

### а) *Метод многократных отражений.*

Подчеркнем еще раз, что теплообмен излучением означает взаимосвязанные процессы собственного излучения, отражения и пропускания в системе излучающих тел (поверхностей).

Содержание этого метода рассмотрим на примере лучистого теплообмена между двумя плоско - параллельными пластинами, рисунок 2.11.

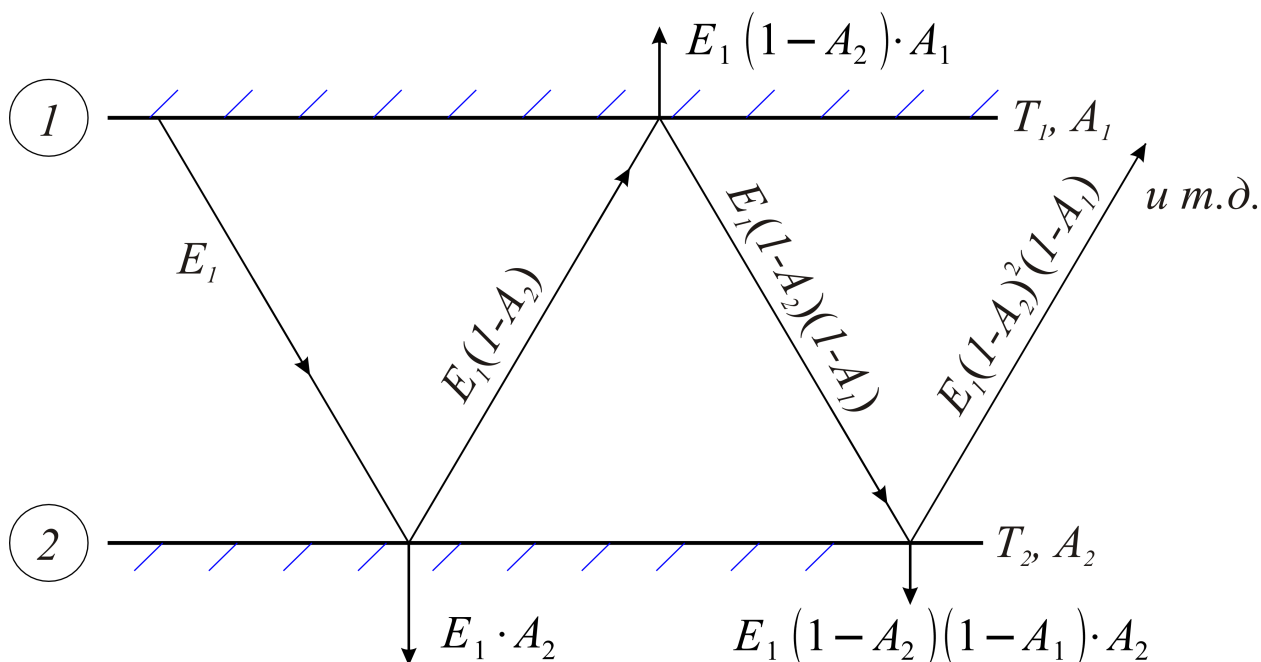


Рис.2.11. Схема лучистого теплообмена (для метода многократных отражений)

Для обеих пластин (1 и 2) считаем заданными коэффициенты поглощения  $A_1$  и  $A_2$ , а также их температуры  $T_1$  и  $T_2$ .

Поверхность 1 имеет собственное излучение  $E_1$ , из которого вторая поверхность поглощает  $E_1 \cdot A_2$ , а отражает  $E_1(1-A_2)$ .

Часть этого потока первая поверхность поглощает  $E_1(1-A_2)A_1$ , а остальное отражает на вторую поверхность  $E_1(1-A_2)(1-A_1)$ , которая поглощает  $E_1(1-A_2)(1-A_1)A_2$  и отражает  $E_1(1-A_2)^2(1-A_1)$ . Из этого теплового потока первая поверхность снова поглощает  $E_1(1-A_2)^2(1-A_1) \cdot A_1$ , и т.д. до бесконечности.

Подобные же зависимости справедливы для второй поверхности, которая излучает  $E_2$ , из которой первая поглощает  $E_2 A_1$ , отражает  $E_2(1-A_1)$  и т.д.

Задачей расчета является определение результирующего теплового потока  $q$ . Из первоначального теплового потока  $E_1$  надо вычесть то, что возвращается и поглощается из собственного излучения, а также то тепло, которое поглощается от излучения второй поверхности.

Суть расчета довольно проста: есть два потока – от поверхности  $1$  и возвращаемый на эту поверхность. Разность их и представляет результат лучистого теплообмена.

Подробнее. Из собственного излучения на поверхность  $1$  возвращается

$$E_1(1+x+x^2+\dots)(1-A_2)A_1,$$

где  $x=(1-A_1)(1-A_2)$ .

Так как  $x < 1$ , сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии можно представить равенством

$$(1+x+x^2+\dots)=\frac{1}{1-x},$$

используя которое запишем, что  $\frac{E_1(1-A_2)A_1}{1-x}$  и представляет первое вычитаемое из  $E_1$ .

Второе, связанное с излучением второго тела, имеет вид:

$$E_2 A_1(1+x+x^2+\dots)=\frac{E_2 A_1}{1-x}.$$

Результатом является

$$q = E_1 - \frac{E_1(1-A_2)A_1}{1-x} - \frac{E_2 A_1}{1-x}.$$

Записав

$$(1-x) = 1 - (1 - A_1 - A_2 + A_1 A_2) = A_1 + A_2 - A_1 A_2,$$

получим окончательно, что

$$q = \frac{E_1 A_2 - E_2 A_1}{A_1 + A_2 - A_1 A_2}.$$

Используя закон Стефана-Больцмана для собственного излучения тела, сделаем следующие преобразования:

$$q = \frac{C_0 A_1 \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 A_2 - C_0 A_2 \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 A_1}{A_1 + A_2 - A_1 A_2} = \frac{C_0 \left[ \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right]}{\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} - 1}.$$

Последняя формула,  $q = \frac{C_0 \left[ \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right]}{\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} - 1}$ , является расчетной, в

которой коэффициент поглощения  $A$  можно заменить степенью черноты поверхности  $\varepsilon$ , т.к.  $A = \varepsilon$  (закон Кирхгофа).

Тогда

$$q = \varepsilon_{\text{пр}} C_0 \left[ \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right],$$

где  $\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$  - приведенная (расчетная) степень черноты системы тел,

участвующих в лучистом теплообмене.

б) *Метод сальдо.*

Этот метод гораздо проще приводит к той же самой расчетной формуле для двух плоско - параллельных пластин, рисунок 2.12.

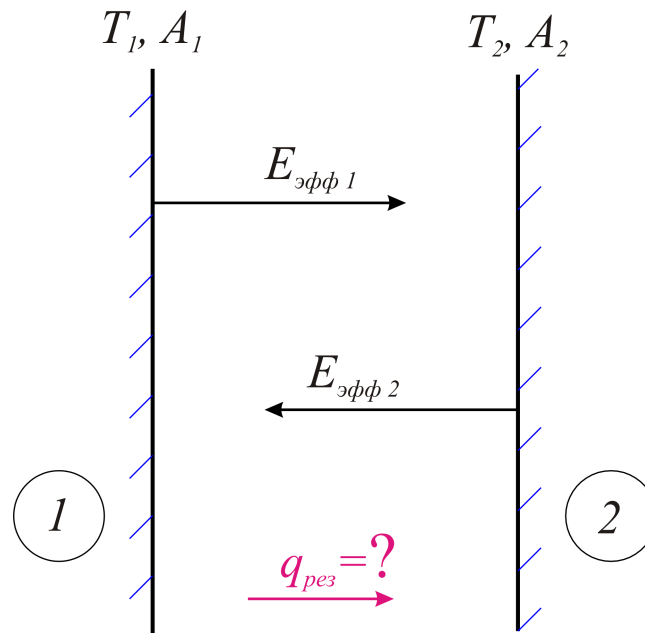


Рис.2.12. Результат определяется как разность двух встречных эффективных потоков излучения

Запишем для этой задачи результирующий тепловой поток, идущий от первой поверхности ко второй, как разность эффективных потоков излучения:

$$q_{\text{рез}} = q_{1,2} = E_{\text{эфф}1} - E_{\text{эфф}2}.$$

Каждый из эффективных потоков излучения представлен по ранее полученной зависимости:

$$E_{\text{эфф}1} = q_{1,2} \left( 1 - \frac{1}{A_1} \right) + \frac{E_1}{A_1},$$

$$E_{\text{эфф}2} = q_{2,1} \left( 1 - \frac{1}{A_2} \right) + \frac{E_2}{A_2}.$$

Заметим, что результирующий тепловой поток для одной из поверхностей является положительным, а для другой (абсолютная его величина одинакова) – отрицательным, т.е.  $q_{1,2} = -q_{2,1}$ .

Разность двух эффективных потоков

$$q_{\text{рез}} = q_{1,2} = q_{1,2} \left( 1 - \frac{1}{A_1} \right) + \frac{E_1}{A_1} + q_{1,2} \left( 1 - \frac{1}{A_2} \right) - \frac{E_2}{A_2}.$$

Решаем это уравнение относительно  $q_{1,2}$ :

$$q_{1,2} \left( 1 - 1 + \frac{1}{A_1} - 1 + \frac{1}{A_2} \right) = \frac{E_1}{A_1} + \frac{E_2}{A_2},$$

откуда

$$q_{1,2} = \frac{\frac{E_1}{A_1} + \frac{E_2}{A_2}}{\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} - 1},$$

или, с учетом  $A = \varepsilon$ :

$$q_{1,2} = \frac{\frac{\varepsilon_1 \cdot C_0}{A_1} \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \frac{\varepsilon_2 C_0}{A_2} \left( \frac{T_2}{100} \right)^4}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1},$$

т.е. получаем такую же формулу:

$$q_{1,2} = \varepsilon_{\text{пр}} C_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right].$$

Совершенно идентичную той, что приведена в методе многократных отражений.

С точки зрения практической, весьма полезной является задача при наличии экрана (разделяющего те же две поверхности, участвующие в лучистом теплообмене).

Эта задача многократно изложена в учебной литературе. Представляется полезным рассмотреть ее решение на конкретном примере.

**Пример 22.** Рассчитать теплообмен излучением между двумя пластинами с температурами  $t_1 = 350^\circ\text{C}$ ,  $t_2 = 25^\circ\text{C}$  и степенью черноты каждой из пластин  $\varepsilon_1 = 0,065$ ,  $\varepsilon_2 = 0,062$ .

Решить эту же задачу при постановке между пластинами экрана со степенью черноты  $\varepsilon_3 = 0,055$ . Сравнить тепловые потоки для указанных двух вариантов.

Решение. Схему для решения задачи можно не воспроизводить, используя полностью рисунок 2.12.

Определим абсолютные температуры пластин:

$$T_1 = t_1 + 273 = 350 + 273 = 623^\circ\text{K},$$
$$T_2 = t_2 + 273 = 25 + 273 = 298^\circ\text{K}.$$

Удельный тепловой поток между пластинами

$$q = \varepsilon_{\text{пр}} C_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right].$$

Приведенная степень черноты

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{0,65} + \frac{1}{0,62} - 1} = 0,465.$$

Коэффициент излучения абсолютно черного тела  $C_0 = 5,67 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{K}^4}$ .

Удельный тепловой поток составит величину

$$q = 0,465 \cdot 5,67 \left[ \left( \frac{623}{100} \right)^4 - \left( \frac{298}{100} \right)^4 \right] = 3820 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Для задачи с постановкой экрана потребуется следующий рисунок 2.13.

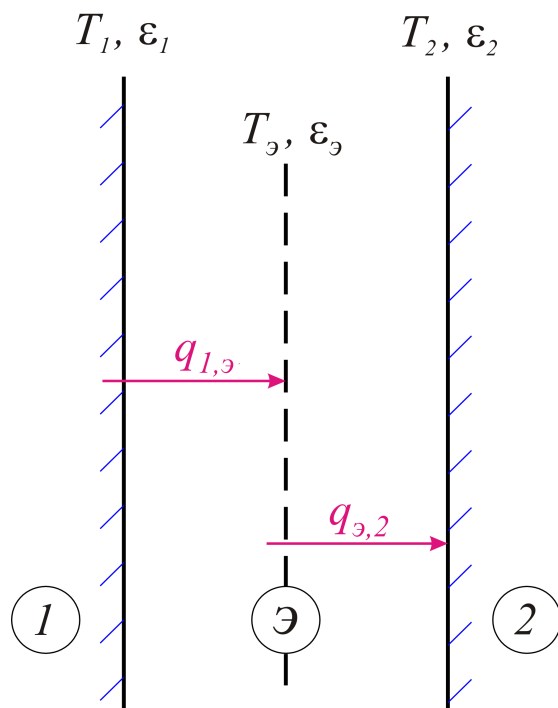


Рис. 2.13. Две пластины разделены теплозащитным экраном с температурой  $T_{\text{э}}$  и степенью черноты  $\varepsilon_{\text{э}}$ .

В стационарной задаче количество тепла, передаваемого от первой пластины к экрану и от экрана ко второй пластине, – совершенно одинаково, т.е.

$$q_{1,\text{э}} = q_{\text{э},2}.$$

Запишем эти тепловые потоки подробнее:

$$q_{1,\text{э}} = C_0 \cdot \varepsilon_{1,\text{э}} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{\text{э}}}{100} \right)^4 \right],$$

$$q_{\text{э},2} = C_0 \cdot \varepsilon_{\text{э},2} \left[ \left( \frac{T_{\text{э}}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right].$$

Приведенные степени черноты для каждой пары пластин определим как

$$\varepsilon_{1,\text{э}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_{\text{э}}} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{0,65} + \frac{1}{0,055} - 1} = 0,053,$$

$$\varepsilon_{\text{э},2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{\text{э}}} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{0,055} + \frac{1}{0,52} - 1} = 0,0527.$$



Из равенства тепловых потоков

$$C_0 \varepsilon_{1,3} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 \right] = C_0 \varepsilon_{3,2} \left[ \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

сначала определим  $\left( \frac{T_3}{100} \right)^4 = 800$ , затем  $\frac{T_3}{100} = 5,32$ ,  $T_3 = 532^\circ K$ , или, по Цельсию  $t_3 = 259^\circ C$ .

Естественным является соотношение, что  $T_1 > T_3 > T_2$ .  
Тепловой поток при наличии экрана

$$q_{1,3} = q_{3,2} = 5,67 \cdot 0,53 \left[ \left( \frac{623}{100} \right)^4 - \left( \frac{532}{100} \right)^4 \right] = 216 \frac{Вт}{м^2},$$

т.е. установка хорошего ( $\varepsilon = 0,055$ ) экрана позволяет уменьшить тепловые потери в  $n = \frac{q_{1,2}}{q_{1,3}} = \frac{3820}{216} = 17,8$  раза.

Подчеркнем, однако, один общеизвестный факт. Применение большого числа экранов (двух, трех и т.д.) является с каждым последующим менее эффективным. Практически на пути лучистого потока устанавливают один или – максимум – два теплозащитных экрана.

## 2.9. ТЕПЛООБМЕННЫЕ АППАРАТЫ

*Теплообменные аппараты* – это технические устройства, в которых тепло передается от одной жидкости к другой (под словом жидкость можно понимать и газовую среду).

Жидкости, участвующие в теплообмене, т.е. отдающие или воспринимающие тепло, будем называть теплоносителями.

Примерами теплообменных аппаратов могут служить современные парогенераторы (котлы), в которых есть топка с лучисто-конвективным теплообменом, затем пароперегреватель, водяной экономайзер (для подогрева воды) и воздухоподогреватель.

Для перегретого пара, являющегося рабочим веществом для вращаемой им паровой турбины, следующим теплообменником является конденсатор, в котором на выходе из турбины (уже влажный пар) пар полностью конденсируется и затем возвращается в тот же парогенератор.

По принципу действия теплообменные аппараты можно разделить на следующие группы.

\*0. *Рекуперативные*, в которых теплоносители разделены твердой стенкой. По этому определению, рекуперативным теплообменником является чайник или отопительная батарея.

\*1. *Регенеративные*, - в которых одна и та же поверхность через определенные промежутки времени соприкасается то с горячим, то с холодным теплоносителями.

Примером таких теплообменников могут служить регенераторы подогрева воздуха, используемые в металлургии и химической промышленности. Понятно, что регенеративные теплообменники работают всегда в нестационарном режиме.

\*2. *Смесительные*, когда процесс передачи тепла осуществляется путем непосредственного смешения холодного и горячего теплоносителей. Например, в градирнях теплоэлектростанций – это смешение потоков воды и воздуха. В самом простом теплообменнике это может быть, например, смешивание холодной и горячей воды.

\*3. *Специальные*, не включенные в предыдущие три пункта. Это и ядерные реакторы с их тепловыделяющими элементами, теплообменники с происходящими в них реакциями (экзо - или эндотермической), электрические нагреватели различных типов и т.д.

Все теплообменные аппараты имеют одно назначение – передачу тепла от греющего к нагревательному теплоносителю. Это определяет общие положения их теплового расчета.

Далее будем использовать следующие общепринятые обозначения:

- для греющего теплоносителя – все параметры с индексом «единица», 1;
- для нагреваемого – с индексом 2.

Для всех параметров (величин) на входе в теплообменник используем один штрих, на выходе – два штриха.

### 2.9.1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОВОГО РАСЧЕТА ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ И ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА

а) Уравнение теплового баланса.

Это уравнение из курса физики, которое означает баланс тепла, отданного горячим теплоносителем и принятого нагреваемым:

$$Q_1 = Q_2.$$

Запишем это уравнение подробнее:

$$G_1(i_1' - i_1'') = G_2(i_2'' - i_2'),$$

где  $G_i \left[ \frac{\text{кг}}{\text{с}} \right]$  - массовый расход теплоносителя,

$i_i \left[ \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right]$  - энтальпия теплоносителя.

Последнее равенство проще записать с использованием средних значений теплоёмкостей (в решаемых интервалах температур) и температур теплоносителей на входе и выходе в теплообменник:

$$G_1 \cdot \overline{C_{P1}} (t_1' - t_1'') = G_2 \cdot \overline{C_{P2}} (t_2'' - t_2').$$

Если обозначить как полную теплоемкость  $C = G_i \cdot \overline{C_{Pi}}$ , то

$$C_1 (t_1' - t_1'') = C_2 (t_2'' - t_2'),$$

или отношение полных теплоемкостей обратно пропорционально разности температур каждого из теплоносителей:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{t_2'' - t_2'}{t_1' - t_1''} = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}.$$

В рассматриваемом уравнении теплового баланса массовый расход представлен как  $G, \left[ \frac{\text{кг}}{\text{с}} \right]$ , массовая теплоемкость  $C_P, \left[ \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{°K}} \right]$ , разность температур  $\Delta t, [\text{°K}]$ , и тогда произведение  $(G \cdot C_P \cdot \Delta t_1) = (G \cdot C_P \cdot \Delta t_2)$  определяет, по размерности,  $\left[ \frac{\text{кг}}{\text{с}} \cdot \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{°K}} \cdot \text{°K} \right] = [\text{кВт}]$ , передаваемую в теплообменном аппарате тепловую мощность в киловаттах.

б) Уравнение теплопередачи.

Для удельного теплового потока, передаваемого через стенку, ранее получена формула:

$$q = k (t_1 - t_2) \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right].$$

Применительно к теплообменнику с поверхностью  $F$  количество передаваемого тепла в секунду (т.е. тепловая мощность) составит

$$Q = q \cdot F = k (t_1 - t_2) \cdot F = k \cdot \Delta t \cdot F [\text{Вт}] \text{ или } [\text{кВт}].$$

Температуры обоих теплоносителей изменяются по поверхности теплообмена, когда греющий теплоноситель охлаждается от  $t_1'$  до  $t_2''$ , а для нагреваемого эти температуры  $t_2'$  и  $t_1''$ .

Поэтому разность температур в уравнении теплопередачи

$$Q = \bar{k} \cdot \overline{\Delta t} \cdot F$$

$\overline{\Delta t}$  - должна быть средней, т.е. расчетной, равно как и коэффициент теплопередачи;

$\overline{k}$  - должен представлять среднюю по поверхности теплообмена величину.

Определение средней расчетной разности температур приведено в этом же разделе далее.

Коэффициент теплопередачи, при разбивке теплообменного аппарата на отдельные участки, где его можно считать постоянным, следует определить по общей формуле усреднения как

$$\overline{k} = \frac{k_1 \cdot \Delta F_1 + k_2 \cdot \Delta F_2 + \dots + k_n \cdot \Delta F_n}{\sum \Delta F_i},$$

где  $\sum \Delta F_i$  - это фактическая поверхность теплообменника.

в) Схемы движения теплоносителей.

Классические схемы движения теплоносителей (далеко не все) представлены на рисунке 2.14.

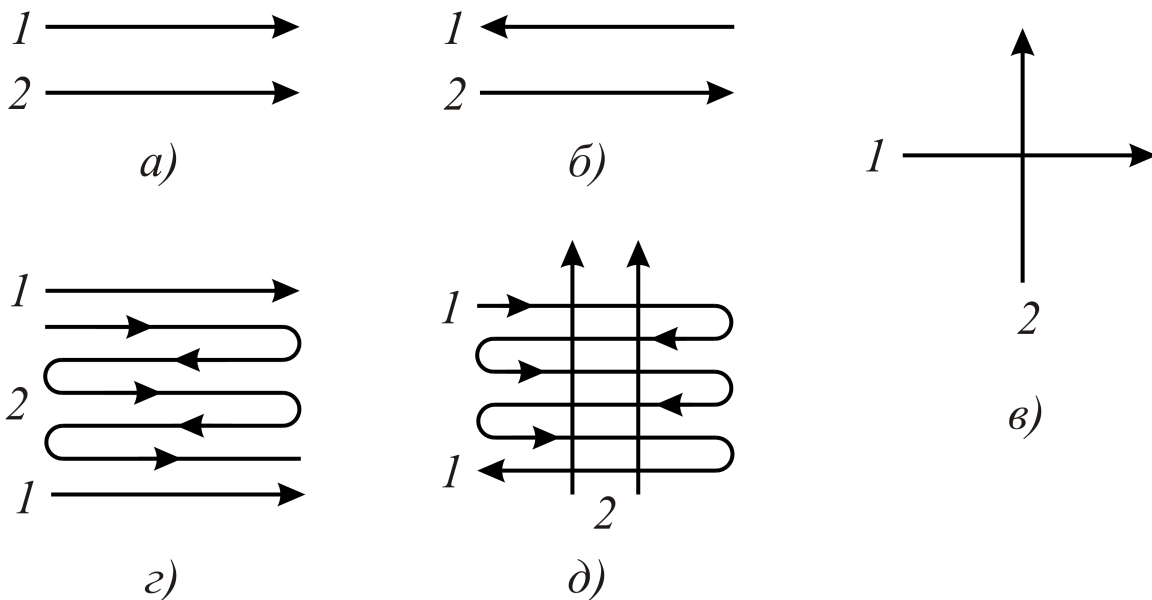


Рис.2.14. Теплоносители в каждой конструкции теплообменного аппарата могут двигаться по-разному: а) схема прямотока; б) противоток; в) перекрестный ток; г) смешанная схема; д) многократный перекрестный ток с противотоком теплоносителей

Поясним некоторые из схем движения теплоносителей.

а) Теплообменный аппарат (труба в трубе) с прямоточным движением, т.е. в одну сторону, рисунок 2.15, а).

б) В таком же теплообменнике противоток, рисунок 2.15, б).

Покажем, пока без доказательства, изменение температур каждого из теплоносителей по поверхности теплообмена, рисунок 2.16, имея в виду соотношение полных теплоемкостей  $C_{P1} \cdot G_1 = C_1$  и  $C_{P2} \cdot G_2 = C_2$ .

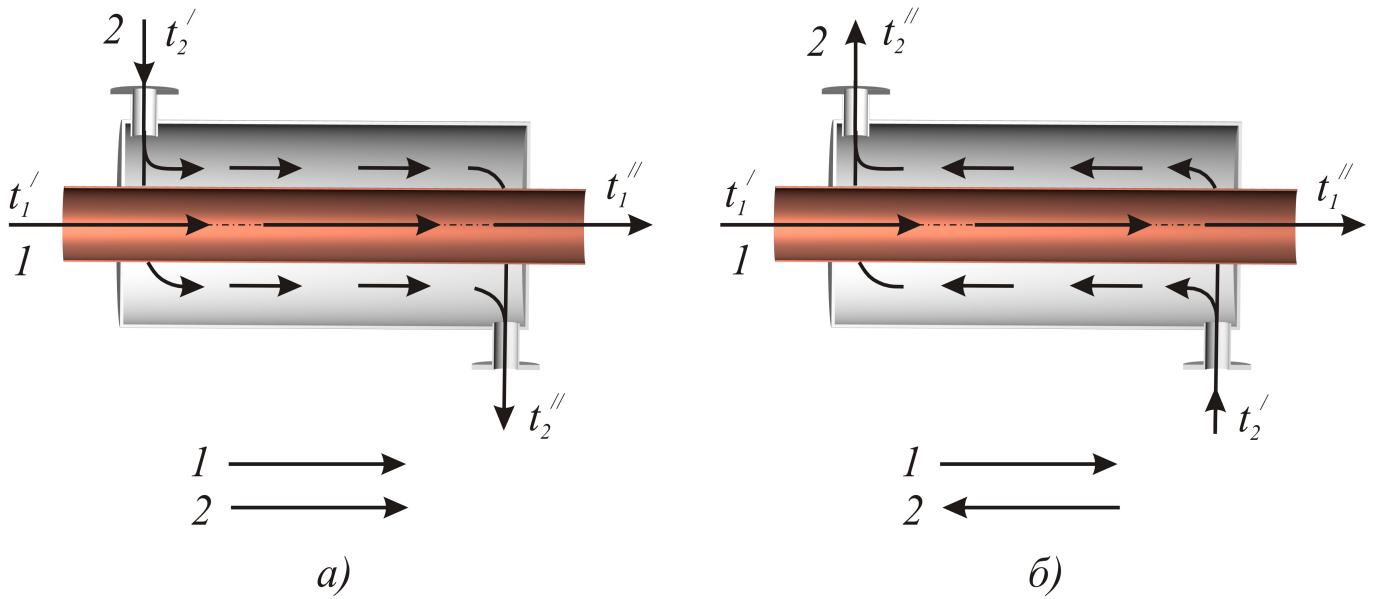


Рис.2.15. Схемы простейшего теплообменника: а) прямотока; б) противотока

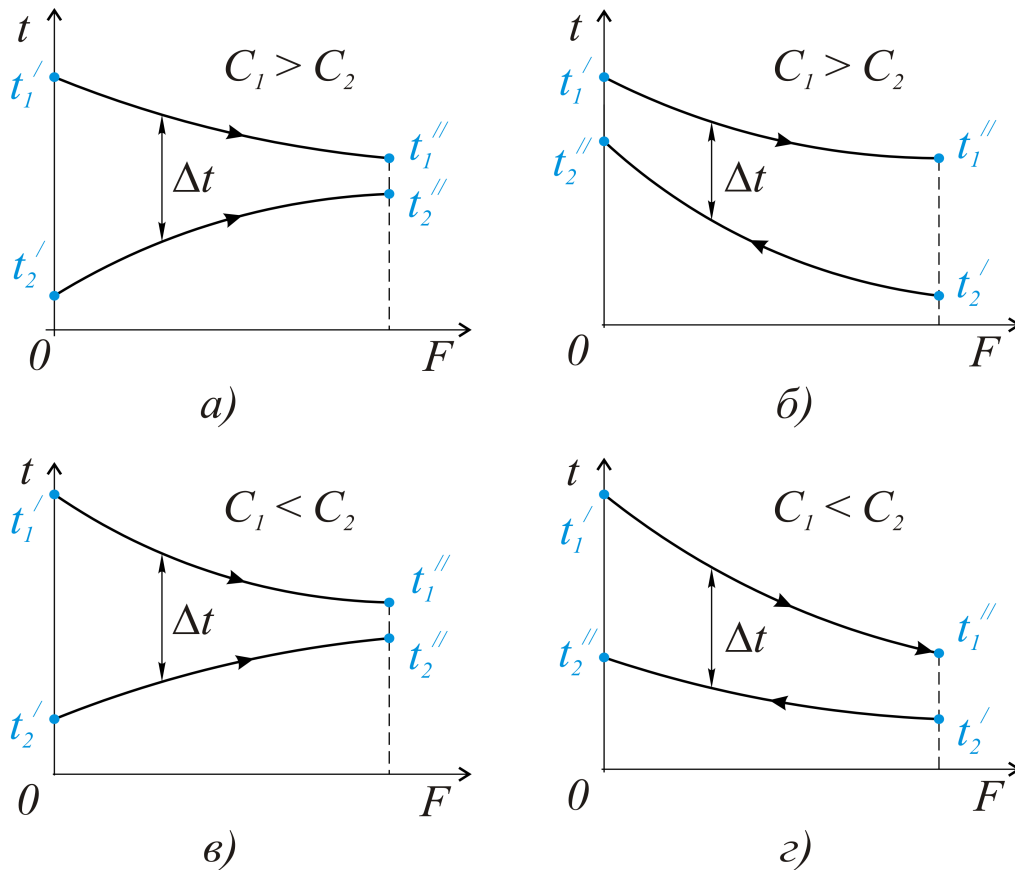


Рис.2.16. Изменение температур по поверхности теплообмена: а) и б) – прямоток при разном соотношении полных теплоемкостей; в) и з) – то же для противотока

Заметим, что только в случае противотока можно получить  $t''_2 > t''_1$ , т.е. когда температура нагреваемого теплоносителя на выходе из теплообменника будет выше таковой для теплоносителя греющего.

На всех этих рисунках видно, что разность температур теплоносителей на каждом конкретном участке теплообменника – своя, т.е. по поверхности – переменна. Для решения технических задач необходимо определить расчетную разность температур  $\overline{\Delta t}$ , которую и следует поставить в уравнение теплопередачи  $Q = \overline{k} \cdot \overline{\Delta t} \cdot F$ .

2) Определение средне расчетной разности температур (на примере прямотока).

Обратимся к графику изменения температур по поверхности теплообмена при прямоточной схеме движения теплоносителей, рисунок 2.17.

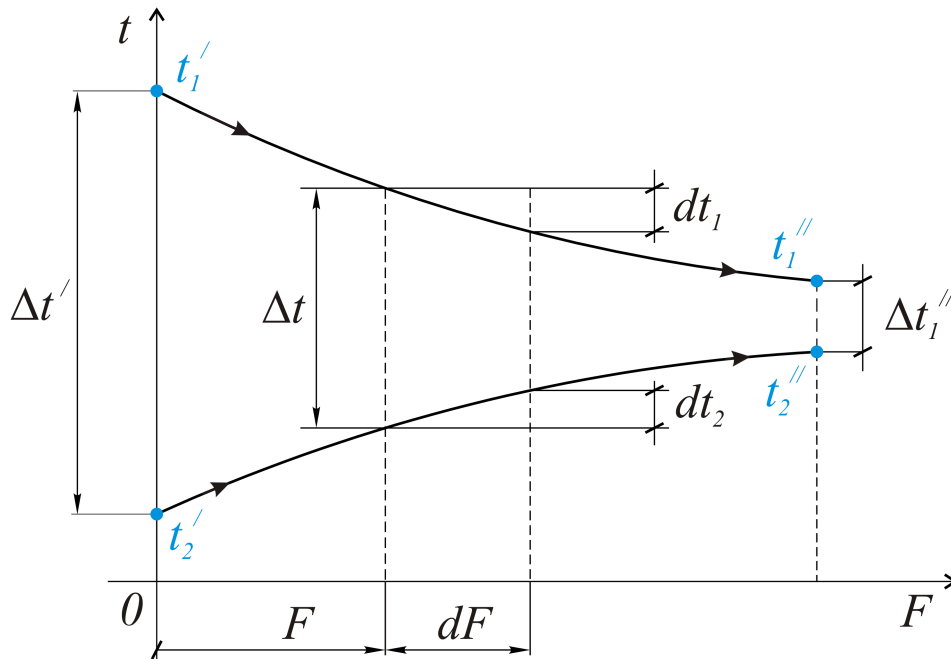


Рис.2.17. При прямотоке разность температур по поверхности переменна: на входе это  $\Delta t'$ , на выходе  $\Delta t''$ , для любого произвольного элемента поверхности  $\Delta t$

Рассмотрим бесконечно малый элемент поверхности теплообменника  $dF$ , для которой разность температур  $\Delta t$  может считаться постоянной, а изменение температур каждого теплоносителя записано как  $dt_1$  (со знаком минус эта температура падает) и  $dt_2$  (со знаком плюс). Элементарное количество тепла для поверхности  $dF$  по уравнению теплопередачи

$$dQ = k \cdot \Delta t \cdot dF.$$

Это же тепло из уравнения теплового баланса с учетом полных теплоемкостей и учета знаков для  $dt$ :

$$dQ = -C_1 \cdot dt_1 = C_2 \cdot dt_2.$$

Из последнего равенства  $dt_1 = -\frac{dQ}{C_1}$ ;  $dt_2 = \frac{dQ}{C_2}$ .

Представим дифференциал разности температур как

$$d(t_1 - t_2) = dt_1 - dt_2 = -\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)dQ = -mdQ,$$

где  $m = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ .

Используя уравнение теплопередачи, запишем

$$\begin{aligned} d(t_1 - t_2) &= -mk(t_1 - t_2)dF \Rightarrow \\ d(\Delta t) &= -mk \cdot \Delta t \cdot dF \Rightarrow \\ \frac{d(\Delta t)}{\Delta t} &= -mk \cdot dF. \end{aligned}$$

Интегрируем последнее выражение (при постоянных  $m$  и  $k$ ):

$$\begin{aligned} \int_{\Delta t'}^{\Delta t} \frac{d(\Delta t)}{\Delta t} &= -mk \int_0^F dF \Rightarrow \\ \ln \frac{\Delta t}{\Delta t'} &= -mkF \Rightarrow \\ \Delta t &= \Delta t' \cdot e^{-mkF}. \end{aligned}$$

Это и есть доказательство того, что разность температур по поверхности теплообмена изменяется по экспоненте (т.е. быстро убывает), рисунок 2.18, равно как по экспоненциальному закону изменяются температуры теплоносителей по этой же поверхности.

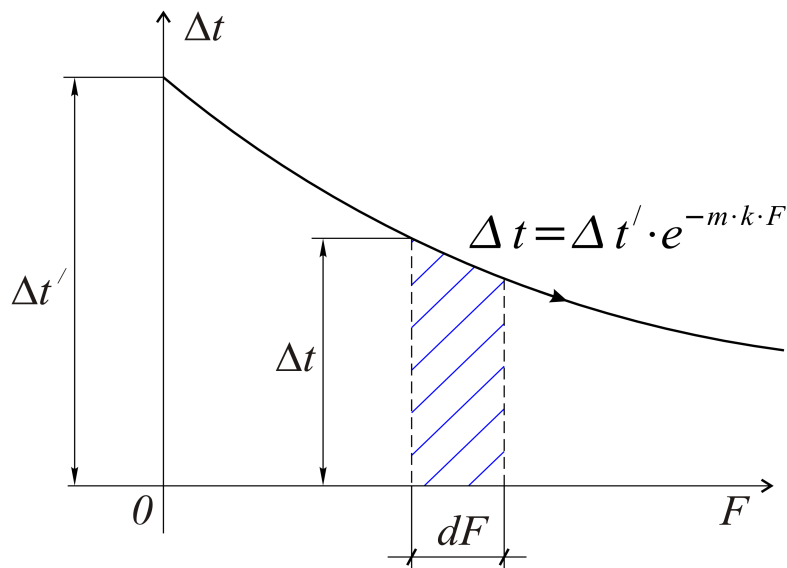


Рис.2.18. Разность температур на любом участке теплообменника подчиняется экспоненциальному закону

Средняя разность температур для всей поверхности теплообмена определяется по обычной формуле усреднения:

$$\overline{\Delta t} = \frac{\int_0^F \Delta t \cdot dF}{F} = \frac{\Delta t'}{F} \cdot \int_0^F e^{-mkF} \cdot dF = \frac{\Delta t'}{F \cdot (-mk)} (e^{-mkF} - 1).$$

Сделав замены  $-mkF = \ln \frac{\Delta t}{\Delta t'}$ ,  $e^{-mkF} = \frac{\Delta t}{\Delta t'}$ , получим, что

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\ln \frac{\Delta t}{\Delta t'}} \left( \frac{\Delta t}{\Delta t'} - 1 \right) = \frac{\Delta t - \Delta t'}{\ln \frac{\Delta t}{\Delta t'}}.$$

Разность температур на выходе из теплообменника  $\Delta t = \Delta t''$ , т.е. результатом является средняя разность температур

$$\overline{\Delta t} = \frac{\Delta t'' - \Delta t'}{\ln \frac{\Delta t''}{\Delta t'}}.$$

В общем случае эта формула применима при прямотоке и противотоке

$$\overline{\Delta t} = \frac{\Delta t_{\delta} - \Delta t_{\text{м}}}{\ln \frac{\Delta t_{\delta}}{\Delta t_{\text{м}}}},$$

где  $\Delta t_{\delta}$  - большая, а  $\Delta t_{\text{м}}$  - меньшая разности температур на концах теплообменника (т.е. на входе и выходе).

В частном случае, если отношение  $\frac{\Delta t_{\delta}}{\Delta t_{\text{м}}} < 2,0$  расчетную разность температур можно определить, с минимальной при этом ошибкой, как среднеарифметическую

$$\overline{\Delta t} = \frac{\Delta t_{\delta} + \Delta t_{\text{м}}}{2}.$$

Практическое использование почти всех вышеперечисленных формул покажем на примере расчета теплообменного аппарата.

**Пример 23.** В рекуперативном теплообменнике вода в количестве  $G_2 = 1,3 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$  нагревается от температуры  $t_2' = 22^\circ\text{C}$  до  $t_2'' = 175^\circ\text{C}$  горячими



дымовыми газами, температура которых падает от  $t_1' = 375^\circ\text{C}$  до  $t_1'' = 200^\circ\text{C}$ .

Коэффициент теплопередачи для теплообменника  $k = 40 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$ .

Определить поверхность теплообмена для прямоточной и противоточной схем движения теплоносителей.

Решение. Определим тепловую мощность, передаваемую в теплообменнике.

Количество тепла (в единицу времени), воспринимаемое водой, т.е. тепловая мощность,

$$Q = G_2 \cdot C_{p2} (t_2'' - t_2') = 1,3 \cdot 4,187 (175 - 22) = 830 \text{ кВт}.$$

В этой формуле  $C_{p2} = 4,187 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$  - массовая (в расчете на 1 кг) теплоемкость для воды.

Далее решение задачи проводим отдельно для прямотока и противотока.

а) Прямоток, рисунок 2.19.

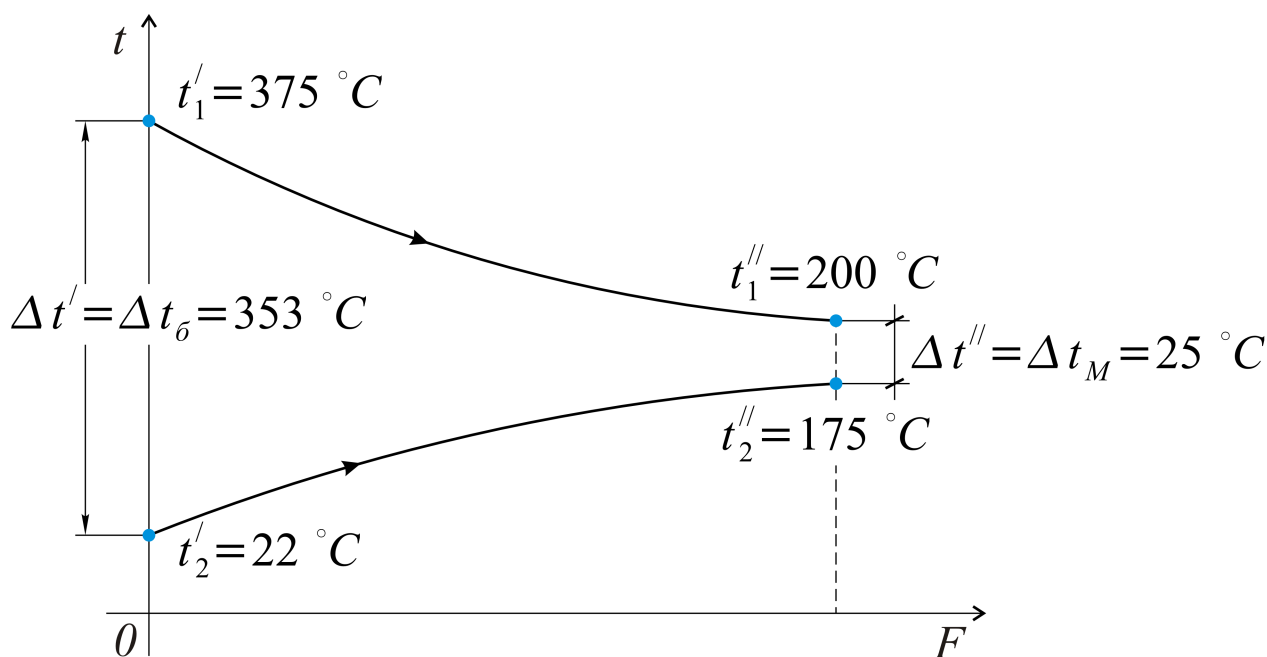


Рис.2.19. Прямоточная схема движения, и в этом примере  $\Delta t_\delta \gg \Delta t_m$

На входе в теплообменник разность температур  $\Delta t' = t_1' - t_2' = 375 - 22 = 353^\circ\text{C}$ , на выходе  $\Delta t = t_1'' - t_2'' = 200 - 175 = 25^\circ\text{C}$ , т.е. большая разность температур  $\Delta t_\delta = 353^\circ\text{C}$ , меньшая  $\Delta t_m = 25^\circ\text{C}$ .

Расчетная разность температур

$$\overline{\Delta t} = \frac{\Delta t_{\delta} - \Delta t_{M}}{\ln \frac{\Delta t_{\delta}}{\Delta t_{M}}} = \frac{353 - 25}{2,3 \cdot \lg \frac{353}{25}} = \frac{328}{2,3 \cdot 1,15} = 124^{\circ} \text{C}.$$

Заметим, что среднеарифметическая разность температур  $\overline{\Delta t} = \frac{353 + 25}{2} = 189^{\circ} \text{C}$  в этом случае неприемлема.

Из уравнения теплопередачи определим поверхность теплообмена

$$F = \frac{Q}{k \cdot \overline{\Delta t}} = \frac{830 \cdot 10^3 \text{ Вт}}{40 \cdot 124 \text{ м}^2} = 167 \text{ м}^2.$$

б) Противоток, рисунок 2.20.

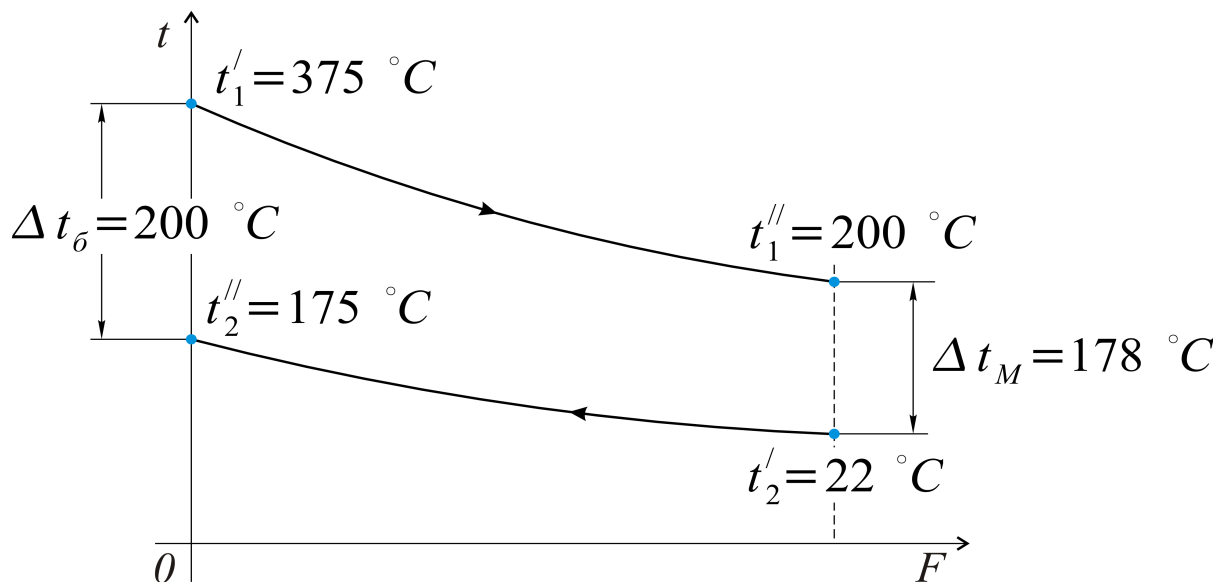


Рис.2.20. Противоток

В этом случае большая разность температур  $\Delta t_{\delta} = t_1' - t_2'' = 375 - 175 = 200^{\circ} \text{C}$ , меньшая  $\Delta t_M = t_1'' - t_2' = 200 - 22 = 178^{\circ} \text{C}$ .

Расчетная разность температур:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_{\delta} - \Delta t_M}{\ln \frac{\Delta t_{\delta}}{\Delta t_M}} = \frac{200 - 178}{2,3 \cdot \lg \frac{200}{178}} = \frac{22}{2,3 \cdot 0,05} = 192^{\circ} \text{C}.$$

Определяем поверхность теплообмена:  $F = \frac{Q}{k \cdot \Delta t} = \frac{830 \cdot 10^3}{40 \cdot 192} = 108 \text{ м}^2,$

что значительно меньше поверхности прямотока.

В этом и есть основное преимущество противоточной схемы движения теплоносителей.

Заметим, что среднеарифметическая разность в случае противотока, когда

$$\frac{\Delta t_{\bar{\delta}}}{\Delta t_m} < 2,0, \quad \overline{\Delta t} = \frac{\Delta t_{\bar{\delta}} + \Delta t_m}{2} = \frac{200 + 178}{2} = 189^\circ\text{C} \quad \text{весьма близка к}$$

среднелогарифмической,  $192^\circ\text{C}$ , и расхождение той или другой величины в качестве расчетной практически не влияет на результат – определение площади поверхности теплообмена.

Завершая этот раздел, в котором рассмотрены теплообменные аппараты, обращаем внимание на то, что многие вопросы, не представляющие какой-либо сложности, изложены достаточно подробно в учебной технической литературе, список которой прилагается.

## 2.10. ТЕПЛОВОЙ РАСЧЁТ ТОРМОЗНЫХ МЕХАНИЗМОВ КОЛЁСНЫХ МАШИН

Тормозные механизмы современных колесных машин работают в крайне напряжённых условиях как с точки зрения силовых нагрузок, так и с точки зрения сопровождающих их тепловых нагрузок, выражающихся в температуре элементов механизмов. В большей мере сказанное относится к тормозным механизмам тяжёлых колёсных машин. Это связано с ограниченными компоновочными возможностями в малом пространстве внутри колёс.

В случае однократного торможения колёсной машины тепловой баланс в тормозных механизмах можно записать в виде уравнения

$$i \cdot 0,5 m_a (V_H^2 - V_K^2) = m_B c \Delta T_{max} + S_B \int_0^{t_k} k \Delta T_{(t)} dt.$$

Здесь  $i$  - доля теплоты, выделяемой в рассматриваемом механизме;  $m_a$  - масса колёсной машины;  $V_H$  и  $V_K$  - начальная и конечная скорости колёсной машины;  $m_B$  - масса нагреваемой детали (барабана для барабанных тормозных механизмов);  $c$  - теплоёмкость материала барабана (для чугуна и стали  $c = 500 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{K})$ );  $\Delta T_{max}$  - разность температур барабана (или диска) и окружающей среды в конце торможения;  $S_B$  - поверхность охлаждения барабана (диска);  $k$  - коэффициент теплопередачи между барабаном (диском) и воздухом,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{K})$ ;  $\Delta T_{(t)}$  - текущая разность температур барабана (или диска) и окружающей среды;  $t_k$  - время торможения.

В случае кратковременного торможения второй член правой части уравнения может быть принят равным нулю. Тогда температуру нагрева барабана можно рассчитать по формуле:

$$\Delta T_{max} = 0,5 i \cdot m_a (V_H^2 - V_K^2) / (m_B c)$$

Температура тормозных барабанов достигает порядка  $230^{\circ}\text{C}$ . По толщине стенки барабана (диска) температура изменяется незначительно.

Температура тормозной накладки достигает  $100^{\circ}\text{C}$ . Распределение теплоты, вызывающей нагрев барабана и тормозной накладки, по некоторым данным может составлять 95% и 5%. Это объясняется меньшей теплопроводностью материала накладки.

Снижения температуры нагреваемой детали можно достичь путём улучшения отвода теплоты за счёт:

- применения для барабанов и дисков металлов, обладающих высокой теплопроводностью;
- увеличения поверхности охлаждения введением оребрения;
- более эффективной вентиляции.

Температура нагрева элементов тормозного механизма – это только один из критериев, по которым оценивается работоспособность конструкции. Другими критериями является удельная работа силы трения и полная масса машины, приходящаяся на единицу поверхности фрикционной накладки.

Удельная работа трения определяется как работа трения в механизме, приходящаяся на единицу поверхности фрикционной накладки:

$$L_y = 0,5 m_a V^2 / S_H,$$

где  $S_H$  - суммарная площадь тормозных накладок.

Допустимые значения удельной работы в случае применения традиционных материалов составляют  $400 \dots 1000 \text{ Дж/см}^2$  в зависимости от типа колёсной машины.

Можно также пользоваться показателем удельной мощности, т.е. мощности, развиваемой тормозным механизмом и приходящейся на единицу поверхности фрикционной накладки. В большей степени этот критерий может быть применен для оценки работоспособности конструкции в режимах длительного торможения, например при торможении на затяжных спусках, а также на максимальных режимах торможения.

Наконец, на практике получены диапазоны значений показателя удельной массы, т.е. массы колёсной машины, приходящейся на единицу поверхности фрикционных накладок. Так, для легковых автомобилей удельная масса колеблется в пределах  $(1,0 \dots 2,0) \cdot 10^4 \text{ кг/м}^2$ . Для грузовых автомобилей  $(2,5 \dots 3,5) \cdot 10^4 \text{ кг/м}^2$ .

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Нащокин В. В. Техническая термодинамика и теплопередача. М.: Высшая школа, 1975. - 496 с.
2. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача. М.: Энергия, 1981. - 416 с.
3. Литвин А. М. Теоретические основы теплотехники. М.: Энергия, 1969.- 332 с.
4. Гухман А. А. Введение в теорию подобия. М.: Высшая школа, 1973 -254 с.
5. Краснощеков Е. А., Сукомел А. С. Задачник по теплопередаче. М.: Энергия, 1969. - 264 с.
6. Михеев М. А., Михеева И. М. Основы теплопередачи. М.: Энергия, 1977. - 341с.
7. Теплотехнический справочник. Т.1. М.: Госэнергоиздат, 1957. - 728 с.
8. Теплотехника. Под общ. ред. И.Н. Сушкина. М.: Металлургия, 1973. - 479 с.
9. Рязанцев В.И. Расчёт тормозных механизмов колёсных машин: Учеб.пособие/ под ред. А.А. Полунгяна. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. - 36 с., ил.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ УЧЁНЫХ, ВНЁСШИХ ВКЛАД В РАЗВИТИЕ ТЕРМОДИНАМИКИ И ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

#### *Больцман Людвиг*

Больцман Людвиг (1844-1906 гг.) австрийский физик, один из основателей статистической физики и физической кинетики. В 1866 г. окончил Венский университет. Научные вопросы Больцмана включают математику, механику, теорию упругости, физику электромагнитного поля, оптику, теплообмен излучением, термодинамику и гидродинамику.

Важнейшая заслуга Больцмана – это изучение необратимых процессов и статистическое обоснование второго закона термодинамики. Им впервые доказано, что величина энтропии пропорциональна вероятности состояния.

Больцман теоретически получил закон излучения для абсолютно черного тела, установленный ранее Й. Стефаном экспериментально. Будучи отличным физиком, развивал идеи электромагнитной теории Максвелла, которые изложил в своей работе «Лекции о максвелловской теории электричества и света» (1893г.). В классической физике по достоинству оценивается вклад Больцмана Л. в развитие атомистически-молекулярной теории вещества, которая неизбежно привела его к понятиям статистики, получившей впоследствии весьма достойное продолжение в развитии статистики как науки.

#### *Вукалович Михаил Петрович*

Вукалович Михаил Петрович, доктор технических наук, профессор, замечательный человек и ученый, каким остался он в памяти коллег и сотоварищей по науке (Новиков И.И., Андрющенко А.И., Силецкий В.С., Кириллин В.А., Сычев В.В., Шейндлин А.Е. и многие-многие другие), внес значительный вклад в развитие советской науки. Человек незаурядной энергии, лауреат Ленинской и Государственной премий СССР, создавший, без всякого преувеличения, советскую научную школу в области технической термодинамики. Это научные статьи, монографии, а также неоднократно переиздававшиеся учебники для вузов – «Термодинамика».

Особого внимания заслуживает тот факт, что «Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара», работе над которыми отдано немало лет напряженного труда этого талантливого научного руководителя, - являются сегодня, по сути, эталоном в современной теплоэнергетике.

#### *Джоуль Джеймс Прескотт*

Джоуль Джеймс Прескотт (1818-1889 гг.) – английский физик, член Лондонского королевского общества (1850). Работал в области теплофизики, в т.ч. в физике низких температур. Экспериментально показал, что тепло может

быть получено за счет механической энергии, установив при этом (1843-1850) механический эквивалент тепла и работы.

Джоуль экспериментально показал, что количество тепла, выделяющегося в электрическом проводнике, пропорционально сопротивлению проводника и квадрату силы тока (закон Джоуля-Ленца в физике постоянного тока). Именем Джоуля названа сегодня единица энергии (работы, тепла), 1 Дж. Работа 1 Дж в секунду – это 1 Ватт (мощность, система СИ).

В газовой динамике известен эффект Джоуля-Томсона, связанный с изменением температуры газа при его адиабатном дросселировании, которое может быть положительным или отрицательным. С этим связано введенное Джоулем и Томсоном понятие температуры инверсии, когда при определенных перепадах давления (до и после дросселя) и температуре газа изменение температуры (до дросселя и после него) равно нулю. Эффект Джоуля-Томсона используется в технике низких температур, например, при сжижении газов.

### *Дизель Рудольф*

Дизель Рудольф (1858-1913 гг.) – талантливый немецкий инженер, предложивший двигатель внутреннего сгорания, в котором происходит самовоспламенение топлива за счет высокой степени сжатия. Первый двигатель, работающий на керосине, построен им в 1897 году. После усовершенствования (1898-1899) двигатель работал на нефти и получил достаточно широкое применение в промышленности и на транспорте.

К преимуществам дизельных двигателей следует отнести сравнительно высокий КПД (30-42 %) и большую единичную мощность двигателя, особенно стационарного. Например, в судовых двигателях единичная мощность обычно соответствует мощности 30 тыс. кВт (ок. 40 000 л.с.).

### *Джинс (Джеймс Хонвуд)*

Джинс (Джеймс Хонвуд) – (1877-1946 гг.) – английский физик и астроном, член Лондонского королевского общества (1906). Независимо от Релея получил формулу распределения энергии при изучении абсолютно черного тела.

В настоящее время этот физический закон называется законом Релея-Джинса, что следует считать заметным вкладом английского ученого в теорию лучистого теплообмена, в то время как предложенная Релеем гипотеза – в области астрономии – об образовании планетной системы впоследствии была признана несостоятельной (американский астроном Рессел – 1935 г., советский астроном Парийский Н.Н. – 1942 г.).

### *Карно Никола Леонар Сади*

Карно Никола Леонар Сади (1796-1832 гг.) – французский физик, единственным трудом по технической термодинамике, - «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу» (1824),

оставил навсегда свое имя в теории тепловых двигателей. Наивыгоднейший цикл двигателя – это цикл Карно, для которого утверждается, что термический КПД зависит только от температур подвода и отвода тепла и не зависит от рода рабочего тела (теорема Карно). Впервые идеи Карно оценены Клапейроном несколько лет спустя (1834). Цикл Карно сыграл весьма заметную роль в формулировании второго начала термодинамики, над которым работали Клаузиус, Томсон и многие другие выдающиеся ученые 19-го столетия.

#### *Кириллин Владимир Алексеевич*

Кириллин Владимир Алексеевич – советский ученый в области энергетики и теплофизики, академик АН СССР. Работал в Московском энергетическом институте, заместителем Совета Министров СССР и председателем Госкомитета по науке и технике (1965). Основные исследования посвящены вопросам технической термодинамики, прежде всего, совершенствованию циклов паросиловых энергетических установок. Принимал непосредственное участие в разработке магнитогидродинамических генераторов (МГД), использующих принцип прямого преобразования тепловой энергии в электрическую. Автор ряда монографий (в соавторстве), используемых в настоящее время в технических вузах России.

Лауреат Государственной премии СССР (1951), Ленинской премии (1959).

#### *Кирпичев Михаил Викторович*

Кирпичев Михаил Викторович (1879-1955 гг.) – один из династии русских и советских ученых. Отец Кирпичева М.В. (Кирпичев В.Л.) известен своими трудами в области теоретической и прикладной механики и сопротивления материалов.

Кирпичев М.В. стал видным ученым в области теплотехники и теплофизики. Академик АН СССР (1939).

Научный руководитель Центрального котлотурбинного института (ЦКТИ) в Москве (1932-1935).

В течение двух десятилетий (1933-1955) работал в Энергетическом институте им. Г.М. Кржижановского, преподавал в Московском институте химического машиностроения.

Кирпичев М.В. является одним из основателей теории теплового моделирования, которая имеет настоящее практическое применение, в частности, при проектировании парогенераторов и паровых турбин.

#### *Кирхгоф Густав Роберт*

Кирхгоф Густав Роберт (1824-1887 гг.), - выдающийся немецкий физик и математик.

Наибольший вклад им внесен в развитие электродинамики и практической электротехники. Является одним из основоположников (наряду с



Бунзеном Р.В.) методов спектрального анализа, внедренных впоследствии (1859-60) в практику химических исследований. С помощью спектрального анализа были открыты цезий и рубидий (1860, 1861), дополнившие таблицу Д.И. Менделеева.

В 1859 году Кирхгоф сформулировал один из основных законов теплового излучения, имеющий применение в современных технических задачах теплотехники и металлургии.

#### *Клапейрон Бенуа Поль Эмиль*

Клапейрон Бенуа Поль Эмиль (1799-1864) – французский физик, член Парижской Академии Наук (1858).

Изучая цикл Карно (1834) и вопросы технической термодинамики, Клапейрон получил уравнение состояния идеальных газов, подтвержденное позже Менделеевым Д.И. и называемое сегодня уравнением Клапейрона-Менделеева.

Клапейрон внес значительный вклад в изучение процессов перехода веществ из одного состояния в другое (это физические процессы испарения, плавления, сублимации и т.д.). Результатом явилось известное в физике уравнение Клапейрона-Клаузиуса, предложенное в 1834 г., и, в более общем виде, в 1850 г.

#### *Клаузиус Рудольф Юлиус Эмануэль*

Клаузиус Рудольф Юлиус Эмануэль (1822-1888 гг.) – немецкий физик, один из основоположников технической термодинамики и молекулярно-кинетической теории теплоты. Клаузиус первым оценил идеи Карно в предложенном идеальном цикле теплового двигателя. Совместно с У. Томсоном (Кельвином) дал первую формулировку второго закона термодинамики: «Теплота не может сама собою перейти от более холодного тела к более нагретому». В 1865 году ввел понятие энтропии.

Член-корреспондент Парижской Академии Наук.

#### *Лаваль Карл Густав Патрик*

Лаваль Карл Густав Патрик (1845-1913 гг.) – шведский инженер и изобретатель (француз по национальности). Основные работы Лавалья посвящены конструкциям центробежного сепаратора (1878 г.), паровой турбины активного типа (1889 г.).

В турбинах Лавалья предложены оригинальные конструктивные элементы, часть которых используется в современной теплоэнергетике. Лаваль впервые предложил конструкцию расширяющегося сопла, которое и названо – сопло Лавалья – именем этого талантливого инженерера-изобретателя. Только в такой конструкции, как показал Лаваль, при адиабатном течении газа возможно получение его сверхзвуковой скорости.

## *Мах Эрнст*

Мах Эрнст (1838-1916 гг.), австрийский физик и философ. Ректор немецкого университета в Праге (с 1867 г.), профессор философии Венского университета (1895-1901 гг.).

Философия «махизма», являющаяся субъективно-диалектической, вызвала больше споров, чем признания, особенно в начале XX века. Резкая критика «махизма» прозвучала, в частности, в работе В.И. Ленина «Материализм и эмпириокритицизм» (1908).

Физические работы Э. Маха гораздо значительнее. В первую очередь, аэродинамические процессы при сверхзвуковых скоростях. Это изучение ударной волны, которое связано в настоящее время с такими понятиями аэродинамики, как конус Маха, угол Маха, линия Маха и др. Им введена такая характеристика течения газа, как отношение скорости газового потока к звуковой скорости, названное впоследствии числом Маха –  $M$ . Т.е. при  $M < 1$  течение происходит в дозвуковой скорости, при  $M > 1$  скорость потока (или скорость обтекания какого-либо тела) превышает скорость звука в газовой среде (при ее заданных параметрах, прежде всего – при абсолютной температуре  $T$ ).

## *Менделеев Дмитрий Иванович*

Менделеев Дмитрий Иванович (1834-1907 гг.) – русский химик, разносторонний ученый и отличный преподаватель.

Окончил Главный педагогический институт в Петербурге с золотой медалью (1855). С 1857 года в Петербургском университете читал курс органической химии, и последующая работа с известными учеными (А.П. Бородин, И.М. Сеченов, Р. Бунзен) в России и за границей завершилась изданием учебника «Органическая химия» (1861), удостоенного Демидовской премии. Защитил докторскую диссертацию в 1865 году. С 1876 года – чл.-корр. Петербургской АН, однако избрание его академиком (1880) явилось, к сожалению, не первым и не последним внешним выражением противоречий в научной среде. Прогрессивные ученые Российской академии справедливо писали о «...противодействии темных сил, которые ревниво закрывают двери Академии пред русскими талантами».

Научное наследие Менделеева Д.И. насчитывает более 500 печатных трудов.

Открытие периодического закона химических элементов – это основной труд Менделеева Д.И., принадлежащий сегодня всему человечеству.

Время подтвердило правильность утверждения великого химика о том, что «... периодическому закону - будущее не грозит разрушением, а только надстройкой и развитие обещает...».

Примечательно, что только после открытия некоторых химических элементов (галлий, германий, скандий), для которых в таблице Менделеева Д.И. оставались в буквальном смысле «пустые клеточки», - периодическая система стала общепризнанной.

Идеи внезапного (по Архимеду) озарения не было. Вот прозаическое высказывание Менделеева Д.И.: «Я над ней, может быть, двадцать лет думал, а вы думаете: сидел и вдруг ... готово».

Значителен вклад Менделеева Д.И. в развитие молекулярно-кинетической теории (1860 г., конгресс химиков в Карлсруэ; совм. с Н.Н. Зининым, А.П. Бородиным), получившей свое продолжение в классических учебниках «Основы химии» (ч.1,2 – 1869-1871 г.), переиздаваемых не только в России (8-е издание в России – 1906 г.), но и в переводах на английском, немецком и французском языках в период с 1891 по 1905 г.г.

Исследования в области физики привели к понятию критической температуры вещества (1860-1861 гг.) и формулированию уравнения состояния идеального газа (сначала для одного моля идеального газа). Сегодня – это уравнение Менделеева-Клапейрона.

Активный общественный деятель России (1889-92 гг. – работа в Совете торговли и мануфактуры), ратующий за народное образование, независимо от сословий, Менделеев Д.И. особое внимание уделял подготовке преподавателей, будучи сам талантливым лектором и воспитателем научной смены.

Учениками и последователями великого ученого являются, в частности, А.А. Байков, В.И. Вернадский, В.А. Кистяковский, К.А. Тимирязев и многие другие.

Менделеев Д.И. своей преданностью к естествознанию утверждал, что «...границ научному познанию и предсказанию предвидеть невозможно».

### *Отто Николаус Август*

Отто Николаус Август (1832-1891 гг.) – талантливый немецкий инженер-конструктор. Занимался коммерческой деятельностью, причем достаточно успешно. В 1867 году, совместно с немецким инженером Э. Лангеном, предложил конструкцию так называемого атмосферного двигателя. В 1876 году сконструировал более совершенный четырехтактный газовый двигатель. В 1884 году предложил электрическое зажигание для воспламенения жидкого топлива, что явилось, по сути, изобретением карбюраторного двигателя (цикла двигателя внутреннего сгорания с подводом тепла при постоянном объеме).

### *Планк Макс Карл Эрнст Людвиг*

Планк Макс Карл Эрнст Людвиг (1858-1947 гг.) – немецкий физик-теоретик. Будучи студентом Мюнхенского, затем Берлинского университетов (1874-1878), учился у Г. Гельмгольца, Г. Кирхгофа. С 1880 года – приват-доцент Мюнхенского университета, затем профессор в Киле (1885) и Берлине (1889), член Берлинской Академии наук (1894). С 1912 по 1943 гг. – секретарь этой Академии, что само по себе заслуживает книги Гиннеса.

Обоснованию второго закона (начала) термодинамики посвящена его докторская диссертация (1879). Изучением законов излучения явились предложенное понятие «абсолютно черного тела» и известная формула Планка

М., в которой интенсивность излучения связана с абсолютной температурой поверхности и длиной волны электромагнитного излучения.

Зависимость плотности теплового излучения от температуры поверхности (в четвертой степени) была получена ранее Стефаном. В настоящее время закон Стефана-Больцмана можно получить из теоретической формулы Планка М., временная разница между которыми может показаться значительной (теория после практики).

Макс Планк – член-корреспондент Петербургской Академии наук (1913), почетный член АН СССР (1926), член Лондонского Королевского Общества, лауреат Нобелевской премии 1918 года.

### *Ползунов Иван Иванович*

Ползунов Иван Иванович (1728-1766 гг.), выдающийся русский механик и теплотехник, талантливый горный инженер.

С 1748 года работал в Барнауле, сначала техником литейного производства, а с 1750 года унтер-шихтмейстером (инженером горного дела). Здесь же, в библиотеке Барнаульского завода, изучал труды М.В. Ломоносова. Проект парового двигателя с работой цилиндров на общий вал, - предложен Ползуновым И.И. в 1765 году. Им сконструирована установка для привода воздуходувных мехов плавильных печей значительной, для того времени, мощности (32 л.с. – около 24 кВт). Пародействующая машина означала отказ от водяных колес как источника механической энергии, т.е. впервые паровая машина предложена Ползуновым И.И. как энергетический двигатель. В этом же 1765 году оригинальность установки Ползунова И.И. была высоко оценена Э.Г. Лаксманом, русским естествоиспытателем, бывшим в то время в Барнауле.

Заслуживают внимания строки Лаксмана о том, что Ползунов – «муж, делающей честь своему отечеству. Он строит теперь огненную машину, совсем отличную от венгерской и английской». Не вина Ползунова И.И. в том, что, отдав старания Демидовским рудникам, умение горного инженера Алтайскому краю и талант России, не всегда к нему благосклонной, он не дожил всего неделю до пуска своей паровой машины.

Имя Ползунова И.И. присвоено горнометаллургическому техникуму в Свердловске (Екатеринбурге), Центральному котлотурбинному институту в Ленинграде (ЦКТИ им. И.И. Ползунова).

Ко многому обязывает современников присвоение имени Ползунова И.И. крупнейшему вузу России (за Уралом) – Алтайскому государственному техническому университету, одним из подразделений которого является в настоящее время Рубцовский индустриальный институт.

Замечание. Состоит оно в том, что сегодня нет подлинного портрета этого замечательного механика и инженера. Редкий случай, когда, будучи отличным чертежником и рисовальщиком, автор паровой машины не оставил нам даже эскизного автопортрета. Поэтому все отображения – в живописи или скульптуре – показывают нам Ползунова И.И. довольно условно.

Заслуживают нашего внимания только те произведения художников, в которых Ползунов Иван Иванович – великий ученый муж великой России.

*Ранкин, Ренкин (Rankine), Уильям Джон Макуорн*

Ранкин, Ренкин (Rankine), Уильям Джон Макуорн (1820-1872 гг.). Шотландский инженер и физик. С 1855 г. профессор университета в Глазго. По праву можно его считать одним из основателей технической термодинамики. Предложенный им теоретический цикл парового двигателя можно сравнить по значимости только с циклом Карно теплового двигателя.

Ренкин показал практическую (и техническую) невозможность осуществления цикла Карно в паросиловых установках. Однако со времени предложения цикл Ренкина (1854 г.) не утратил своего научного и практического значения.

*Стефан Йозеф*

Стефан Йозеф (1835-1893 гг.) – австрийский физик, член Венской Академии наук, профессор Венского университета (1863). Экспериментально установил, что плотность теплового потока излучением пропорциональна температуре излучающей поверхности в четверной степени. Сегодня – это известный закон Стефана-Больцмана. Больцман получил ту же четвертую степень для температуры излучающего тела теоретически.

Другие работы Й.Стефана посвящены в основном вопросам теплофизики, капиллярности жидкости и диффузии сплошных сред.

*Томсон, лорд Кельвин Уильям*

Томсон, лорд Кельвин Уильям (1824-1907 гг.) – английский физик, один из основателей технической термодинамики и кинетической теории газов. Член Лондонского Королевского общества (1851, в 1890-95 гг. - президент). Предложенная им абсолютная шкала температур (1848) является до сих пор универсальной в физике и химии. Открыл эффект охлаждения газа при адиабатном расширении (совместно с Джоулем – 1853-54). Занимался вопросами электромагнитных колебаний, астрофизики и геодезии. Почетный член Петербургский Академии наук (1896).

*Фурье Жан Батист Жозеф*

Фурье Жан Батист Жозеф (1768-1830 гг.) – французский математик, член Парижской Академии наук (1817). Основной областью работ Фурье следует считать математическую физику, в первую очередь теплофизику. Опубликованная в 1822 году работа «Аналитическая теория тепла» содержит дифференциальное уравнение теплопроводности и принципы решения этого уравнения в конкретных задачах с учетом их граничных условий. Эта работа

явилась настоящей основой для изучения некоторых общих проблем математического анализа (С. Пуассон, М.В. Остроградский и др.). Идеи Фурье в области математики более чем значительны. Достаточно привести несколько имен математиков и физиков, научная деятельность которых связана с именем французского математика. Это П. Дирихле, Н.И. Лобачевский, Б. Риман...

Интеграл Фурье, коэффициенты Фурье, преобразования Фурье и, наконец, ряды Фурье – это целая область современной высшей математики.

В аналитической теории теплопроводности нестационарных процессов (нагрева или охлаждения) используется критерий Фурье, характеризующий зависимость изменения температурного поля рассматриваемого тела от условий теплообмена с окружающей средой.

### *Цельсий А.*

Цельсий А. – шведский ученый (1701-1744 гг.). Предложил шкалу для измерения температур, в которой интервал в 100 градусов определен между температурой таяния льда и температурой кипения (при давлении 760 мм рт.ст.=101325 Па). Интересно заметить, что вначале шкала была «перевернутой», что не повлияло на величину в один градус как единицу в измерении температуры). Пересчет в градусы Цельсия из других эмпирических шкал можно провести по формулам:

$$t^{\circ}C = 1,25 t^{\circ}R \quad (^{\circ}R - \text{градус по шкале Реомера});$$

$$t^{\circ}C = 0,555(^{\circ}F - 32) \quad (^{\circ}F - \text{градус по шкале Фаренгейта}).$$

### *Шейндлин Александр Ефимович*

Шейндлин Александр Ефимович (1916 г.) – советский теплофизик и энергетик, академик АН СССР (1974). Работал в Московском энергетическом институте, в Институте высоких температур Академии наук и Московском физико-техническом институте. Работал вместе с профессором В.А. Кириллиным, В.В. Сычевым и др., проводя теоретические и экспериментальные исследования термодинамических свойств воды и водяного пара, прежде всего, для сверхкритических параметров.

Под его руководством созданы первая модель магнитогидродинамической установки (1964) и опытно-промышленная установка этого же типа (1971). Лауреат Ленинской (1959), Государственной премий (1976) и премии Ползунова (1963). Соавтор классических учебников в области технической термодинамики.

Люкшин Павел Александрович  
Демидов Александр Станиславович  
Площаднов Александр Николаевич

## ТЕРМОДИНАМИКА И ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

Учебное пособие для студентов всех форм обучения специальностей 190201.65 «Автомобиле- и тракторостроение», 190206.65 «Сельскохозяйственные машины и оборудование», 190601.65 «Автомобили и автомобильное хозяйство»

Редактор Е.Ф. Изотова  
Подготовка оригинала-макета А.С. Демидов

Подписано к печати 27.10.09. Формат 60X84 1/16  
Усл. печ. л. 11,37. Тираж 100 экз. Зак.09-760. Рег № 72

Отпечатано в типографии ООО Фирма «Выбор»  
658213, Рубцовск, Ленина, 41